

Всероссийская школа математики и физики «Авангард»

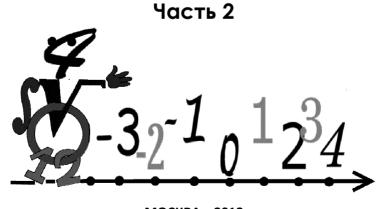


Е. В. Клейменичева, Е. Н. Филатов

МАТЕМАТИКА

5

Экспериментальный учебник



MOCKBA 2012





Всероссийская школа математики и физики «Авангард»

Е. В. Клейменичева, Е. Н. Филатов

MATEMATUKA

5

Экспериментальный учебник

Часть 2

Клейменичева Е.В., Филатов Е. Н. **МАТЕМАТИКА-5.** Экспериментальный учебник. Часть 2. – М.: АНО ЗФМЛ "Авангард", 2012. – 272 с.

Данное учебное пособие предназначено для углубленного изучения математики в 5-м классе. Главная цель учебника — научить учащихся самостоятельно решать задачи, поэтому большое количество задач предлагается для самостоятельного решения. Все задачи условно разбиты на пять категорий сложности. К большинству задач приведены «подсказки» — краткие рекомендации к их решению и ответы.

- © ЕВ. Клейменичева, Е.Н. Филатов, 2012
- © АНО ЗФМЛ "Авангард", 2012

ISBN

СОДЕРЖАНИЕ

УРАВНЕНИЯ И ЗАДАЧИ

§ 14. «Перевод» с русского языка на математический	
и с математического языка на русский	4
§ 15. Вычисление значений алгебраических выражений.	
Преобразования алгебраических выражений	. 12
§ 16. Решаем задачи	. 37
§ 17. Решаем уравнения	. 56
§ 18. Отрицательные числа	. 80
§ 19. Решаем уравнения с отрицательными числами	132
§ 20. Решаем задачи с помощью уравнений	147
ПОДСКАЗКИ	237
ОТВЕТЫ	



§ 20. Решаем задачи с помощью уравнений

Угалай число!

Записываем алгебраическое выражение

Задача 20.1. Запишите каждое из утверждений на математическом языке:

- а) число m в 4 раза больше числа n;
- б) число a на 4 больше числа b;
- в) число c в 4 раза меньше числа (d+1);
- Γ) число e на 4 меньше числа 2g.

Решение.

- а) Если m в 4 раза больше числа n, значит $m = n \times 4 = 4n$;
- б) если число a на 4 больше числа b, то a = b + 4;
- в) если число c в 4 раза меньше числа (d+1), то c = (d+1):4;
 - г) если число e на 4 меньше числа 2g, то e = 2g 4.

Omeem: a)
$$m = 4n$$
; б) $a = b + 4$; в) $c = (d + 1):4$; г) $e = 2g - 4$.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **A1.** Запишите число y: а) в 3 раза большее числа x; б) на 5 большее числа 2x; в) на 7 меньшее числа (x:2); г) в 7 раз большее числа (x+1).
- **Б1.** Число a увеличили в 3 раза и уменьшили результат на 5. Какое число получилось?
- **Б2.** Число b уменьшили на 3 и увеличили результат в 5 раз. Какое число получилось?

Вычитаем и прибавляем

Задача 20.2. Маша задумала число. Если к этому числу прибавить 14 и от полученной суммы отнять 12, то получится 75. Какое число задумала Маша?

Решение. Пусть Маша задумала число x. Мы его пока не знаем, оно как бы «засекречено». Теперь мы прибавляем к этому «засекреченному» числу 14 и получаем x + 14.

Затем от числа x+14 отнимаем 12, получаем число x+14-12. По условию задачи это число равно 75, то есть x+14-12=75.

Мы получили *уравнение!* Чтобы ответить на вопрос задачи, нам достаточно просто решить это уравнение. А этому мы уже научились!

$$x+14-12=75 \rightarrow x+2=75 \rightarrow x+2-2=75-2 \rightarrow x=73$$
.

Значит, Маша загадала число 73.

Ответ: 73.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А2.** Найдите задуманное число. Для этого запишите условие задачи с помощью уравнения и решите его: а) Андрей задумал число, вычел из него 10 и получил 15; б) Таня задумала число, прибавила к нему сумму (1+7) и получила 20.
- **Б3.** Витя задумал число. Если к этому числу прибавить 23 и к полученной сумме прибавить 18, то получится 52. Какое число задумал Витя?
- **Б4.** У мальчика было 16 почтовых марок. Он купил еще несколько марок, после этого подарил младшему брату 23 марки, и у него осталось 19 марок. Сколько марок купил мальчик?

Умножаем и прибавляем

Задача 20.3. Задумали число, умножили его на 7, к произведению прибавили 12 и получили 26. Какое число задумали?

Решение. Допустим, задумали число x, после того, как его умножили на 7, получили число 7x. Затем прибавили 12, получили 7x + 12. По условию задачи это число равно 26. Мы получаем уравнение: 7x+12=26. Нам осталось только его решить:

$$7x+12 = 26 \rightarrow 7x+12-12 = 26-12 \rightarrow 7x = 14 \rightarrow 7x:7 = 14:7 \rightarrow x = 2.$$

Значит, задумали число 2. В самом деле: $2 \cdot 7 + 12 = 26$. *Ответ*: 2.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А3.** Задумали число, умножили его на 4 и получили 52. Какое число задумали?
- **Б5.** Задумали число, умножили его на 5, из произведения вычли 15 и получили 85. Какое число задумали?
- **В1.** Если из 48 вычесть удвоенное задуманное число, то получится -2. Какое число задумали?

Прибавляем и умножаем

Задача 20.4. Задумали число, прибавили к нему 5, результат умножили на 2 и получили -12. Какое число задумали?

Решение. Обозначим задуманное число буквой y (неизвестное число можно обозначать любой буквой любого алфавита: латинского, греческого или русского, например, годятся буквы t, α , μ , μ даже μ).

После того, как к нашему числу прибавили 5, получилось число y+5. После умножения на 2 получилось $(y+5)\cdot 2$. По условию задачи это число равно -12. Получаем уравнение $(y+5)\cdot 2=-12$, которое остается только решить:

$$(y+5) \cdot 2 = -12 \rightarrow (y+5) \cdot 2 : 2 = (-12) : 2 \rightarrow y+5 = -6 \rightarrow y+5-5 = -6-5 \rightarrow y = -11.$$

Значит, задумали число –11. В самом деле:

$$(-11 + 5) \cdot 2 = (-6) \cdot 2 = -12.$$

Ответ: -11.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б6. Сумму задуманного числа и 2 умножили на 5 и получили 15. Какое число задумали?

- **Б7.** Задумали число, вычли из него 4, а разность умножили на 5. Получилось 35. Какое число задумали?
- **B2.** К задуманному числу прибавили (–4), сумму умножили на 5 и получили –35. Какое число задумали?

Делим и вычитаем

Задача 20.5. Задумали число, разделили на него 555, полученное частное вычли из 55, результат увеличили в 5 раз и получили число, в 10 раз большее квадрата числа 5. Какое число задумали?

Решение. Допустим, задумали число a и разделили на него 555, получили 555:a. Затем из 55 вычли *полученное частное*, (т.е. 555:a) и получили 55 – 555:a.

Этот результат увеличили в 5 раз и получили $5 \cdot (55 - 555 : a)$.

По условию задачи это число в 10 раз больше квадрата числа 5, то есть числа $5^2 = 25$. Значит, справедливо равенство

$$5 \cdot (55 - 555 : a) = 10 \cdot 25 \rightarrow 5 \cdot (55 - 555 : a) = 250$$
.

Нам осталось только решить полученное уравнение:

$$5 \cdot (55 - 555 : a) = 250 \rightarrow 55 - 555 : a = 50 \rightarrow -555 : a = 50 - 55 \rightarrow -555 : a = -5.$$

Умножим обе части последнего равенства на a, получим

$$-555: a = -5 \rightarrow -555: a \cdot a = -5 \cdot a \rightarrow -555 = -5a$$
.

Дальше нам осталось только разделить обе части уравнения на -5 и получить ответ:

$$-555 = -5a \rightarrow -555 : (-5) = -5a : (-5) \rightarrow 111 = a$$
.

Значит, задумали 111.

Проверим:

$$5 \cdot (55 - 555 : 111) = 5 \cdot (55 - 5) = 5 \cdot 50 = 250$$
.

Все верно!

Ответ: 111.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **В3.** Задуманное число разделили на 5, от полученного результата отняли 10 и результат умножили на 2 После всех этих действий получилось -100. Какое число задумали?
- **Г1.** Если задуманное число вычесть из числа 777, результат уменьшить в 7 раз, а затем увеличить на 7, то получится число, которое на 7 больше, чем наименьшее трехзначное число. Найдите задуманное число.

Взвешиваем товар

Задача 20.6. Используя рис. 20.1, найдите массу тыквы.

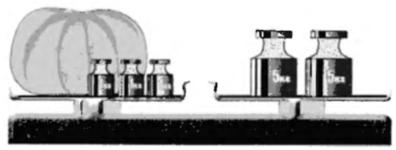


Рис 20.1

Решение. Пусть масса тыквы x кг. Поскольку весы в равновесии, то масса на левой чашке весов равна массе на правой чашке весов:

$$x+1+1+1=5+5 \rightarrow x+3=10 \rightarrow x=10-3 \rightarrow x=7$$
.

Значит, масса тыквы 7 кг.

Ответ: 7 кг.

СТОП! Решите самостоятельно:

- А4. Составьте уравнение по рис. 20.2 и решите его.
- **Б8.** Используя рис. 20.3, составьте уравнение, обозначив буквой х массу одного апельсина, и найдите массу одного апельсина.

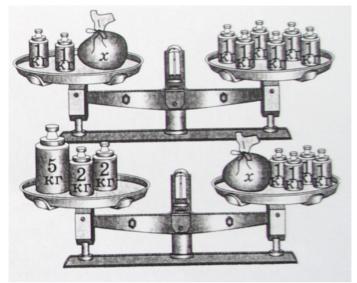


Рис. 20.2

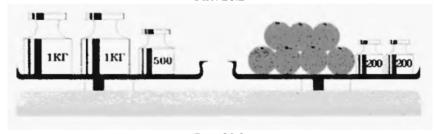


Рис. 20.3

Задача 20.7. Два кирпича весят 2 кг и еще один кирпич. Сколько весит один кирпич?



Рис. 20.4

Решение. Чтобы было более понятно условие задачи, сделаем рисунок: на одной чашке весов лежат два кирпича, а на другой — один кирпич и гиря в 2 кг (рис. 20.4)

Пусть один кирпич весит x кг, тогда на левой чаше находится груз

весом (x + x) кг, а на правой – весом (x + 2) кг. Так как весы в равновесии, то

$$x + x = x + 2 \rightarrow x + x - x = x + 2 - x \rightarrow x = 2$$
.

Значит, кирпич весит 2 кг.

Ответ: 2 кг.

Читатель: По-моему, эту задачу можно решить безо всяких уравнений с помощью рис. 20.4. Если мы мысленно уберем с каждой чашки весов по одному кирпичу, то равновесие не нарушится. Но тогда на левой чашке останется один кирпич, а на правой – гиря 2 кг. То есть станет ясно, что кирпич весит 2 кг!

Автор: Совершенно верно.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **В4.** Пять апельсинов весят 1 кг и еще один апельсин. Сколько весит апельсин?
- **В5**. Мышка весит 50 г, а две кошки весят столько же, сколько весят сто мышек и еще одна кошка. Сколько весит кошка?

Сумма частей равна целому

Учимся записывать алгебраические выражения

Задача 20.8. На столе стоят три вазы с гвоздиками. В первой вазе x гвоздик, во второй — в 2 раза больше, чем в первой, в третьей — на 3 больше, чем во второй. Запишите выражения для следующих величин:

- а) число гвоздик во второй вазе;
- б) число гвоздик в третьей вазе;
- в) число гвоздик в первой и второй вазах;
- г) число гвоздик во второй и третьей вазах;
- д) на сколько больше гвоздик в третьей вазе, чем в первой;
- е) общее число гвоздик.

- **Решение**. а) Если число гвоздик во второй вазе в 2 раза больше, чем в первой, (а в первой x гвоздик), то во второй вазе $2 \times x$ (или 2x) гвоздик.
- б) В третьей вазе гвоздик на 3 больше, чем во второй, а во второй их 2x. Значит, в третьей вазе (2x+3) гвоздик.
- в) Сложим выражения для числа гвоздик в первой вазе и числа гвоздик во второй вазе, получим: x + 2x = 3x.
- г) Сложим выражения для числа гвоздик во второй вазе и числа гвоздик в третьей вазе, получим: 2x + (2x + 3) = 4x + 3.
- д) Вычтем из числа гвоздик в третьей вазе число гвоздик в первой вазе, получим: (2x+3)-x=x+3.
- е) Сложим все три выражения для числа гвоздик в каждой вазе, получим: x + 2x + (2x + 3) = 5x + 3.

Ответ: a)
$$2x$$
; б) $(2x+3)$; в) $3x$; г) $4x+3$; д) $x+3$; е) $5x+3$.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А5.** В шахматном кружке занимается b учеников, а волейбольном в 3 раза больше. На сколько учеников меньше в шахматном кружке, чем в волейбольном?
- **А6.** На двух полках стоят книги. На первой полке стоит x книг, а на второй на 27 книг больше. Запишите выражения для следующих величин: а) число книг на второй полке; б) число книг на двух полках.
- **А7**. У Тани было m цветов. Из них n цветов она подарила родителям, k цветов бабушке, а остальные цветы поставила в вазу. Сколько цветов Таня поставила в вазу?
- **Б9.** С трех участков земли собрали картофель. С 1-го и 2-го участков картофеля собрали поровну по x центнеров, а с 3-го на 12 ц больше, чем с каждого из первых двух. Запишите выражения для следующих величин:
 - а) масса картофеля, собранного со 2-го участка;
 - б) масса картофеля, собранного с 1-го и 2-го участка;
 - в) масса картофеля, собранного с 3-го участка;
 - г) масса картофеля, собранного с 3-го и 2-го участка;
 - д) масса картофеля, собранного с трех участков.

В одной коробке предметов на а больше, чем в другой

Задача 20.9. В двух коробках 16 кг печенья. Найдите массу печенья в каждой коробке, если в одной из них печенья на 4 кг больше, чем в другой.

Решение. Обозначим массу печенья в первой коробке буквой x кг. Тогда масса печенья во второй коробке будет равна (x-4) кг, а масса печенья в двух коробках — (x+(x-4)) кг.

По условию задачи, в двух коробках было 16 кг печенья, значит, x + (x - 4) = 16. Осталось только решить это уравнение: $x + x - 4 = 16 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10$.

Итак, мы получили, что в первой коробке было 10 кг печенья, значит, во второй было 10-4=6 (кг) печенья.

Ответ: масса печенья в первой коробке -10 кг, а во второй -6 кг.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А8.** Мальчиков в пятом классе на три человека больше, чем девочек. Сколько девочек в классе, если всего в нем 25 школьников?
- **А9.** Одно число больше другого на 6, а их сумма равна 18. Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой: а) меньшее число; б) большее число.
- **Б10.** Двое должны поделить между собой 15 рублей так, чтобы одному досталось на 4 рубля больше, чем другому. Сколько достанется каждому?

В одной коробке предметов в п раз больше, чем в другой

Задача 20.10. У хозяйки было 20 кур и цыплят. Кур было в 4 раза меньше, чем цыплят. Сколько цыплят было у хозяйки?

Решение. Пусть кур было x, тогда цыплят — 4x. Всего птиц 20, значит, x + 4x = 20. Решаем полученное уравнение

$$x + 4x = 20 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$$
.

Следовательно, кур было 4. Тогда цыплят $4x = 4 \cdot 4 = 16$. *Ответ*: 16 цыплят.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **A10.** В книжке 60 страниц. Прочитали в 2 раза больше страниц, чем осталось прочитать. Сколько страниц осталось прочитать?
- **Б11.** На автомобильной стоянке стоит 72 автомобиля, причем легковых автомобилей в 7 раз больше чем грузовых. Сколько легковых автомобилей на стоянке?
- **В6.** Стоимость автомобиля с гаражом составляет 300 000 рублей. Сколько стоит автомобиль, если он на 90 000 руб. дороже удвоенной стоимости гаража?

Сумма трех частей

Задача 20.11. Три девочки собрали на берегу моря 35 ракушек. Галя нашла в 4 раза больше, чем Маша, а Лена – в 2 раза больше, чем Маша. Сколько ракушек нашла каждая девочка?

Решение. Пусть Маша собрала x ракушек, тогда Лена собрала 2x ракушек, а Галя 4x ракушек. Всего девочки собрали 35 ракушек, значит: x + 2x + 4x = 35. Решим полученное уравнение: $x + 2x + 4x = 35 \rightarrow 7x = 35 \rightarrow x = 5$.

Следовательно, Маша собрала 5 ракушек. Тогда Лена собрала $2 \times 5 = 10$ ракушек, а Галя $4 \times 5 = 20$ ракушек.

Ответ: Маша – 5; Лена – 10; Галя – 20.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б12.** У Михаила в 2 раза больше орехов, чем у Николая, а у Пети в 3 раза больше, чем у Николая. Сколько орехов у каждого, если у всех вместе 72 ореха?
- **B7.** В детском хоре «Весна» занимается 148 детей. В младшей группе хора в 2 раза больше детей, чем в средней, и на 32 человека больше, чем в старшей. Сколько детей занимается в каждой группе хора?

В8. Сумма трех чисел равна 72. Каждое следующее число на 12 больше предыдущего. Найдите эти числа.

Больше трех частей

Задача 20.12. На первых трех этажах шестиэтажного дома проживает 85 человек. На четвертом этаже на 4 жильца больше, чем на первом, на пятом — на 7 жильцов меньше, чем на втором, а на шестом — на 8 больше, чем на третьем. Сколько всего жильцов в этом доме?

Решение. Пусть проживают:

на 1-м этаже — a жильцов; на 2-м этаже — b жильцов; на 3-м этаже — c жильцов; на 4-м этаже — d жильцов; на 6-м этаже — g жильцов.

Поскольку на первых трех этажах проживает 85 человек, то a+b+c=85 .

Поскольку на четвертом этаже на 4 жильца больше, чем на первом, то d=a+4 .

Поскольку на пятом этаже на 7 жильцов меньше, чем на втором, то e = b - 7.

Поскольку на шестом этаже на 8 жильцов больше, чем на третьем, то g = c + 8.

Мы получили следующие 4 уравнения:

$$a+b+c=85$$
, (1)

$$d = a + 4, (2)$$

$$e = b - 7, (3)$$

$$g = c + 8. (4)$$

Нам надо найти сумму: a+b+c+d+e+g=?

Сложим левые и правые части всех наших уравнений, затем приравняем полученные суммы, получим:

$$(a+b+c)+d+e+g=85+(a+4)+(b-7)+(c+8) \rightarrow$$

 $(a+b+c)+d+e+g=85+4-7+8+(a+b+c) \rightarrow$
 $a+b+c+d+e+g=90+(a+b+c).$

В левой части последнего уравнения стоит как раз та сумма, которую нам надо найти.

Заметим, что выражение a+b+c на самом деле нам известно: из уравнения (1) видно, что a+b+c=85. Подставив эту сумму в наше последнее уравнение, сразу получим ответ:

$$a+b+c+d+e+g=90+85=175$$
.

Ответ: 175 жильцов.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **В9.** В первом и втором классах учатся 42 ученика, в третьем на 3 больше, чем в первом, а в четвертом на 2 меньше, чем во втором. Сколько детей учатся во всех четырех классах?
- **Г2.** В поезде 8 вагонов. В первых четырех едут 129 человек, в пятом вагоне на 3 человека больше, чем в первом, в шестом на 5 человек меньше, чем во втором, а в седьмом и восьмом вагонах вместе столько же, сколько в третьем и четвертом. Сколько всего пассажиров в этом поезде?

Убавили – прибавили – приравняли

Неизвестно, сколько было сначала...

Задача 20.13. В первом баке было в 2 раза больше бензина, чем во втором. Из первого бака отлили 7 л бензина, а во второй добавили 3 л. После этого бензина в баках стало поровну. Сколько бензина было во втором баке?

Решение. Пусть во втором баке было x литров бензина. Поскольку в 1-м баке бензина было в 2 раза больше, чем во втором, то в первом баке было 2x л бензина.

После того, как из первого бака отлили 7 л бензина, в нем осталось 2x-7 л.

После того, как в первый бак добавили 3 л бензина, в нем стало x + 3 л.

По условию задачи, бензина в обоих баках стало поровну, значит: 2x-7=x+3. Нам осталось только решить это уравнение: $2x-7=x+3 \rightarrow 2x-x=3+7$ (мы отняли от обеих частей x и прибавили 7). $2x-x=3+7 \rightarrow x=10$. Значит, во втором баке было 10 л бензина.

Проверим: левая часть: $2x-7=2\cdot 10-7=20-7=13$; правая часть: x+3=10+3=13; 13=13. Все верно!

Ответ: 10 л.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б13.** В двух кусках поровну ткани. После того как от первого куска продали 14 м, а от второго 22 м, в первом куске осталось втрое больше ткани, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске первоначально?
- **В10.** В саду было в 3 раза больше яблонь, чем груш. После того как 14 засохших яблонь вырубили и посадили 10 груш, деревьев обоих видов в саду стало поровну. Сколько яблонь и сколько груш было первоначально?
- **В11.** В булочную завезли хлеб трех сортов: одинаковое количество батонов каждого сорта. Когда было продано по 30 батонов каждого сорта, то всего батонов осталось столько, сколько батонов одного сорта было завезено первоначально. Сколько всего батонов было завезено в булочную?

Неизвестно, сколько осталось...

Задача 20.14. В двух бидонах 70 л молока. После того как из каждого бидона продали 20 л молока, в первом осталось в 2 раза больше молока, чем во втором. Сколько молока было в каждом бидоне первоначально?

Решение. Пусть во втором бидоне осталось x литров молока, тогда в первом осталось 2x л. Сначала в каждом бидоне было на 20 л больше, чем в конце. Значит, в первом бидоне

было 2x + 20 л, а во втором x + 20 л. Общее количество молока в обоих билонах было 70 л. значит:

$$(2x+20)+(x+20)=70$$
.

Нам остается только решить полученное уравнение:

$$(2x+20)+(x+20)=70 \rightarrow 3x+40=70 \rightarrow 3x=30 \rightarrow x=10$$
.

То есть во втором бидоне осталось 10 л, а в первом – $2x = 2 \cdot 10 = 20$ л. Тогда в первом бидоне вначале было 20 + 20 = 40 л, а во втором – 10 + 20 = 30 л.

Ответ: в первом – 40 л; во втором – 30 л.

Читатель: По-моему, «остатки» в обоих бидонах можно найти проще: ведь если из каждого бидона отлили по 20 л, то всего осталось 70-20-20=30 л. Поскольку во втором бидоне осталось x л, а в первом 2x л, то x+2x=30 л. Отсюда $3x=30 \rightarrow x=10$; 2x=20.

Автор: Ваше решение действительно, немного проще!

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б14.** В двух бидонах было 66 л молока. Когда из одного бидона отлили 10 л, а из другого -8 л, в обоих бидонах молока осталось поровну. Сколько литров молока осталось в каждом бидоне?
- **В12.** В магазин привезли 420 мужских и женских часов. Когда продали 150 мужских и 140 женских часов, то тех и других осталось поровну. Сколько мужских часов привезли в магазин?
- **B13.** Трое рыбаков поймали 64 окуня и стали варить уху. Когда один рыбак дал 6 окуней, другой 8, а третий -5, то окуней у них осталось поровну. Сколько окуней поймал каждый рыбак?

Передали от одного другому – приравняли

Один передал другому, получилось одинаково

Задача 20.15. На двух полках стояло 12 книг. Когда с первой полки на вторую переставили столько книг, сколько до этого стояло на второй полке, то книг на полках стало по-

ровну. Определите, сколько книг первоначально стояло на каждой полке.

Решение. Пусть на второй полке стояло x книг, тогда на первой полке стояло (12-x) книг. После того, как с первой полки сняли столько книг, сколько стояло на второй полке, то есть x, на первой полке осталось (12-x)-x=12-2x книг, а на второй стало x+x=2x книг.

По условию задачи количества книг на первой и второй полках после перестановок сравнялись, поэтому 12 - 2x = 2x.

Нам остается только решить это уравнение:

$$12-2x = 2x \rightarrow 12 = 2x + 2x \rightarrow 12 = 4x \rightarrow 3 = x \rightarrow x = 3$$
.

Проверим: $12 - 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$. Все верно!

Значит, на второй полке стояло 3 книги, а на первой – (12-x)=12-3=9 книг.

Ответ: на первой полке -9 книг, на второй -3 книги.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б15.** У брата и сестры вместе 28 открыток. Сестра отдала брату 4 открытки, и открыток у них стало поровну. Сколько открыток было у каждого из них сначала?
- **В14.** У Саши и Вити вместе 160 марок. После того как Саша дал Вите 15 марок, а Витя дал Саше 19 марок, число марок у мальчиков стало одинаковым. Сколько у каждого мальчика было первоначально?
- **В15.** В первой фляге молока в 3 раза больше, чем во второй. Когда из первой фляги перелили во вторую 15 л, молока в обеих флягах стало поровну. Сколько литров молока было в каждой фляге первоначально?

Передали от одного другому, но получилось неодинаково

Задача 20.16. У брата в 2 раза больше денег, чем у сестры. Брат отдал сестре 10 рублей, после чего у него стало на 100 рублей больше, чем у сестры. Сколько денег было у брата и сколько у сестры?

Решение. Пусть у сестры было x руб., тогда у брата было 2x руб. После того, как брат отдал сестре 10 руб., у сестры стало на 10 руб. больше, то есть (x + 10) руб., а у брата — на 10 руб. меньше, то есть (2x - 10) руб.

По условию задачи у брата после передачи стало денег на 100 руб. больше, чем у сестры, значит: (2x-10)-(x+10)=100.

Решим полученное уравнение:

$$(2x-10)-(x+10)=100 \rightarrow 2x-10-x-10=100 \rightarrow x-20=100 \rightarrow x=100+20 \rightarrow x=120.$$

Значит, у сестры было 120 руб. Тогда у брата было $2x = 2 \cdot 120 = 240$ руб.

Проверим: у брата было 240 руб., а у сестры — 120 руб. После того, как брат отдал сестре 10 руб., у него стало 240-10=230, а у сестры — 120+10=130; 230-130=100. То есть у брата действительно стало на 100 руб. больше, чем у сестры.

Ответ: у брата 240 руб., у сестры – 120 руб.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **В16.** У двоих братьев было вместе 112 руб. После того, как старший отдал младшему 14 руб., у него осталось все же больше денег, чем у младшего, но всего лишь на 10 руб. Сколько денег было у каждого мальчика первоначально?
- **В17.** У двух сельскохозяйственных предприятий было 3560 т удобрений. После того как первое из предприятий продало другому 60 т удобрений, у него все еще оставалось на 920 т удобрений больше, чем у второго. Сколько тонн удобрений было у каждого предприятия первоначально?

Двойная передача

Задача 20.17. Ваня сказал Пете: «Если ты дашь мне 100 рублей, у нас денег будет поровну, а если я тебе дам 100 руб-

лей, ты будешь в 9 раз богаче меня». Сколько денег у каждого мальчика?

Решение. Пусть у Вани x руб., а у Пети y руб.

- 1. Если Петя даст Ване 100 руб., то у Пети будет (x-100) руб., а у Вани (y+100) руб. По условию задачи эти суммы равны: (x-100)=(y+100).
- 2. Если Ваня даст Пете 100 руб., то у Вани будет (y-100) руб., а у Пети (x+100) руб. По условию задачи у Пети будет в 9 раз больше денег, чем у Вани, то есть $(x+100)=9\cdot(y-100)$.

Мы получили систему двух уравнений с двумя неизвест-

ными:
$$\begin{cases} x - 100 = y + 100 \\ x + 100 = 9(y - 100) \end{cases}$$
. Решим ее методом подстановки:

$$\begin{cases} x - 100 = y + 100 \\ x + 100 = 9(y - 100) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 200 \\ x + 100 = 9y - 900 \end{cases} \rightarrow$$

$$(y+200)+100 = 9y-900 \rightarrow y+300 = 9y-900 \rightarrow$$

$$300 + 900 = 9y - y \rightarrow 1200 = 8y \rightarrow y = 1200 : 8 \rightarrow y = 150.$$

Значит, у Вани было 150 руб. Тогда у Пети было x = y + 200 = 150 + 200 = 350 руб.

Проверим: если Петя даст Ване 100 руб., то у Вани будет 150+100=250 руб., а у Пети будет 350-100=250 руб. Если же Ваня даст Пете 100 руб., то у Вани останется 150-100=50 руб., а у Пети станет 350+100=450 руб.; $450=9\times50$. Все верно!

Ответ: у Вани – 150 руб., у Пети – 350 руб.

СТОП! Решите самостоятельно:

В18. Ослица и мул шли вместе, нагруженные мешками равного веса. Ослица жаловалась на тяжесть ноши. «Чего ты жалуешься,— сказал мул,— если ты мне дашь один твой мешок, моя ноша станет

вдвое больше твоей, а если я дам тебе один мешок, наши грузы только сравняются. Сколько мешков было у каждого?

Г3. У Светы и Наташи вместе было 8 яблок. Света дала Наташе столько яблок, сколько было у Наташи. Потом Наташа дала Свете столько яблок, сколько было у Светы. После этого у девочек яблок стало поровну. Сколько яблок первоначально было у каждой девочки?

Возраст членов семьи

Задача 20.18. Мама в 3 раза старше сына, а папа на 4 года старше мамы. Всем вместе 81 год. Сколько лет папе?

Решение. Пусть сыну x лет, тогда маме 3x лет, а папе 3x + 4 лет. Поскольку всем вместе 81 год, то составим уравнение: x + 3x + (3x + 4) = 81. Нам осталось только его решить:

$$x + 3x + (3x + 4) = 81 \rightarrow 7x + 4 = 81 \rightarrow 7x = 81 - 4 \rightarrow 7x = 77 \rightarrow x = 11.$$

Значит, сыну 11 лет, тогда папе $3x + 4 = 3 \cdot 11 + 4 = 37$ лет. *Ответ*: 37 лет.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б16. Олег в три раза старше Андрей. Сколько лет каждому мальчику, если Олег на 8 лет старше Андрея?

Б17. Папа в 8 раз старше дочери, а дочь на 28 лет младше папы. Сколько лет папе?

B19. Трем сестрам вместе 24 года. Младшей – 5 лет, а разница в годах у средней со старшей и младшей одинаковая. Сколько лет каждой сестре?

Задача 20.19. Абдулла вчетверо старше Махмуда. Сумма их возрастов 50 лет. Через сколько лет Абдулла будет втрое старше Махмуда?

Решение. Начнем с того, что найдем возраст Абдуллы и Махмуда сейчас. Пусть Махмуду x лет, тогда Абдулле 4x лет. Поскольку их суммарный возраст 50 лет, то x + 4x = 50

 $5x = 50 \rightarrow x = 10$. Значит, Махмуду сейчас 10 лет, а Абдулле – $4x = 4 \cdot 10 = 40$ лет.

Пусть через y лет Абдулла будет втрое старше Махмуда. Тогда через 10 лет Абдулле будет (40 + y) лет, а Махмуду – (10 + y) лет. Тогда можно составить уравнение: (40 + y) = = 3(10 + y). Нам осталось только решить это уравнение:

$$(40 + y) = 3(10 + y) \rightarrow 40 + y = 30 + 3y \rightarrow 40 - 30 = 3y - y \rightarrow 10 = 2y \rightarrow y = 5.$$

Итак, через пять лет Абдулла будет втрое старше Махмуда. В самом деле, через 5 лет Абдулле будет 40 + 5 = 45 лет, а Махмуду 10 + 5 = 15 лет; 45 = 3.15 лет. Все верно!

Ответ: через 5 лет.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б18. Саша старше Сережи на 4 года. Через год им вместе будет 20 лет. Сколько лет каждому?

B20. Когда отцу было 27 лет, сыну было 3 года. Сейчас сыну в 3 раза меньше лет, чем отцу. Сколько лет каждому из них?

B21. Сереже 11 лет, Вове 1 год. Сколько лет будет Сереже, когда он будет втрое старше Вовы?

Цена и стоимость

Напомним, что такое ЦЕНА и что такое СТОИМОСТЬ. Например:

- 1) цена моркови 20 руб. за 1 кг, а стоимость 3 кг моркови $3 \cdot 20 = 60$ руб.;
- 2) цена одной тетради 100 руб., а стоимость 20 тетрадей $20 \cdot 100 = 2000$ руб.;
- 3) цена 1 м ткани 1200 руб., а стоимость 10 м ткани $10 \cdot 1200 = 12000$ руб.

То есть ЦЕНА показывает, сколько денег надо уплатить за единицу товара (1 кг моркови, 1 тетрадь, 1 м ткани), а стои-

мость показывает, сколько денег надо уплатить за весь купленный товар (3 кг моркови, 20 тетрадей, 10 м ткани и т.д.).

Запомним одну очень важную формулу:

СТОИМОСТЬ = ЦЕНА · КОЛИЧЕСТВО ТОВАРА. (20.1) Составляем алгебраические выражения

Задача 20.20. Цена груш – x руб. за 1 кг, а цена моркови – y руб. за 1 кг. Запишите в виде алгебраических выражений:

- 1) на сколько 1 кг груш дороже 1 кг моркови;
- 2) во сколько раз 1 кг груш дороже 1 кг моркови;
- 3) стоимость 1 кг груш и 1 кг моркови вместе;
- 4) стоимость 2 кг груш;
- 5) стоимость 3 кг моркови;
- 6) стоимость 2 кг груш и 3 кг моркови вместе;
- 7) на сколько 2 кг груш дороже 3 кг моркови;
- 8) во сколько раз 2 кг груш дороже 3 кг моркови.

Решение.

- 1) Очевидно, что x y;
- 2) когда спрашивают: «Во сколько раз одна величина больше другой?» (например: «Во сколько раз 10 больше 2?»), надо первую величину разделить на вторую: 10:2=5, так как $10=2\cdot 5$. То есть число 2 надо взять 5 раз, чтобы получить 10. Значит, 1 кг груш дороже 1 кг моркови в (x:y) раз;
 - 3) очевидно, что x + y;
 - 4) по формуле (20.1): 2·*x*;
 - 5) по формуле (20.1): 3·*y*;
 - 6) сложим результаты пунктов 4 и 5: $2 \cdot x + 3 \cdot y$;
 - 7) очевидно, что $2 \cdot x 3 \cdot y$;
- 8) делим стоимость 2 кг груш на стоимость 3 кг моркови: (2x): (3y).

СТОП! Решите самостоятельно:

- **A11.** Цена хризантемы a руб. за 1 цветок, а цена розы на 30 руб. больше. Запишите на математическом языке: а) цену розы; б) стоимость пяти хризантем; в) стоимость трех роз; г) стоимость букета из пяти хризантем и трех роз.
- **A12.** Нарезной батон стоит a руб., а пирожное -b руб. Сколько стоит: а) 5 батонов; б) 7 пирожных; в) 2 батона и 3 пирожных; г) на сколько пирожное дороже батона; д) на сколько дешевле одно пирожное, чем 3 батона; е) во сколько раз 5 батонов дороже, чем 2 пирожных.

Задача 20.21. Куплено 12 м ткани. Если бы цена 1 м ткани была на 2 руб. ниже, чем на самом деле, то за те же деньги можно было бы купить на 6 м ткани больше, чем было куплено. Какова цена 1 м ткани?

Решение. Пусть x руб. — цена 1 м ткани. Тогда 12 м ткани стоят 12x руб.

Если бы цена ткани была бы на 2 руб. ниже, она составляла бы (x-2) рубля за 1 м. Стоимость 12+6=18 м ткани была бы равна 18(x-2) руб.

По условию задачи стоимость 12 м ткани при цене x руб. за 1 м и стоимость 18 м ткани по цене (x-2) руб. за 1 м одинаковы. Значит: 12x = 18(x-2).

Решаем полученное уравнение:

$$12x = 18(x-2) \rightarrow 12x = 18x - 36 \rightarrow 12x - 18x = -36 \rightarrow -6x = -36 \rightarrow 6x = 36 \rightarrow x = 6.$$

Ответ: 6 руб. за 1 м.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б19.** Для награждения победителей математической олимпиады купили 10 книг по 9 руб. и 12 комплектов головоломок на общую сумму 126 руб. Сколько стоит один комплект головоломок?
- **B22**. Одна хозяйка купила на рынке 2 кг моркови по цене a руб. за 1 кг и 3 кг картошки по цене в руб. за 1 кг. Вторая хозяйка запла-

тила за 4 кг огурцов столько же денег, сколько первая за всю по-купку. Какова цена огурцов?

Г4.Офеня купил на оптовом рынке партию ручек и предлагает ее покупателям либо одну ручку за 5 рублей, либо 3 ручки за 10 рублей. От каждого покупателя офеня получает одинаковую прибыль. Какова цена ручки?

Задача 20.22. (Старинная задача) Сколько надо взять карамели по цене 16 руб. за 1 кг и по цене 9 руб. за 1 кг, чтобы составить 21 кг смеси по цене 11 руб. за 1 кг?

Решение. Пусть надо взять x кг карамели по 16 руб. за 1 кг и y кг карамели по цене 9 руб. за 1 кг. Тогда стоимость всей этой карамели будет равна 16x + 9y.

С другой стороны, у нас должно получиться 21 кг смеси по цене 11 руб. за 1 кг. Значит, вся эта карамель должна стоить $21 \cdot 11 = 231$ руб., то есть 16x + 9y = 231.

Читатель: Но у нас же два неизвестных в одном уравнении! *Автор*: Вы правы, нужно еще одно уравнение. Впрочем, его нетрудно составить, ведь общая масса всей карамели 21 кг, следовательно, x + y = 21. Мы получили систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$16x + 9y = 231, (1)$$

$$x + y = 21, \tag{2}$$

Решим эту систему методом подстановки. Из второго уравнения: y = 21 - x. Подставим это значение в первое уравнение, получим:

$$16x + 9(21 - x) = 21 \cdot 11 \longrightarrow 16x + 9 \cdot 21 - 9x = 21 \cdot 11 \longrightarrow 7x = 21 \cdot 11 - 9 \cdot 21 \longrightarrow 7x = 21 \cdot (11 - 9) \longrightarrow 7x = 21 \cdot 2 \longrightarrow 7x = 42 \longrightarrow x = 6.$$

Тогда y = 21 - x = 21 - 6 = 15. Следовательно, надо взять 6 кг карамели по цене 16 руб. за 1 кг и 15 кг карамели по цене 9 руб. за 1 кг.

Ответ: 6 кг и 15 кг.

СТОП! Решите самостоятельно:

В23. Ученик купил 10 тетрадей в клетку и в линейку, уплатив за всю покупку 11200 руб. Тетрадь в клетку стоит 1200 руб., а тетрадь в линейку – 1000 руб. Сколько тетрадей в клетку и сколько в линейку купил ученик?

Г5. Для вышивания приобрели нитки мулине двух сортов: по цене 5 руб. и 11 руб. 40 коп. за моток, всего 32 мотка. Сколько мотков того и другого сорта было приобретено, если в среднем один моток обошелся в 9 руб.?

Конфетки в коробках

Задача 20.23. В первых двух вагонах поезда по q человек, в следующих трех — по t человек, а в последних четырех вагонах столько пассажиров, сколько в первых пяти вагонах вместе. По сколько пассажиров в каждом из последних четырех вагонов, если пассажиров в них поровну?

Решение.

Читатель: Задача про пассажиров в поезде... А при чем тут конфеты в коробках?

Автор: Между конфетами в коробках, пассажирами в вагонах, учениками в автобусах и килограммами варенья в банках, с точки зрения математики, разница не очень большая.

В любом из указанных случаев, чтобы вычислить общее количество «предметов» (конфет, пассажиров, учеников, килограммов варенья), разложенных по разным «коробкам» (настоящим коробкам, вагонам, автобусам, банкам), необходимо умножить количество «предметов» в одной «коробке», на число «коробок».

Запишем это утверждение в виде формулы: ОБЩЕЕ ЧИСЛО ПРЕДМЕТОВ = (ЧИСЛО ПРЕДМЕТОВ В ОДНОЙ КОРОБКЕ) · (ЧИСЛО КОРОБОК). (20.2)

В нашей задаче «коробки» – это вагоны, а «конфетки» – это пассажиры.

- 1. Вычислим, сколько пассажиров едет в первых двух вагонах. Поскольку в каждом вагоне едет по q пассажиров, то всего их: $2 \cdot q$.
- 2. Вычислим, сколько пассажиров едет в следующих трех вагонах. Поскольку в каждом из этих вагонов едет по t пассажиров, то всего пассажиров $3 \cdot t$.
- 3. Пусть в каждом из последних четырех вагонов едет по x пассажиров, тогда всего пассажиров в этих вагонах: $4 \cdot x$.

Поскольку в последних четырех вагонах пассажиров столько же, сколько в первых пяти вагонах, можем записать уравнение: $2 \cdot q + 3 \cdot t = 4 \cdot x$.

Читатель: Но здесь же три буквы: q, t, u x!

Автор: Да, но q и t — это «известные» буквы, а неизвестная буква только одна — x. Наша задача состоит в том, чтобы выразить известную букву через неизвестные. То есть мы должны записать такое равенство, в левой части которого стоит только одна буква x, а в правой — какое-то алгебраическое выражение, содержащее буквы q и t, а также числа.

Записать такое равенство совсем не сложно: достаточно просто разделить обе части нашего уравнения на 4, получим:

$$2 \cdot q + 3 \cdot t = 4 \cdot x \rightarrow (2 \cdot q + 3 \cdot t) : 4 = 4 \cdot x : 4 \rightarrow x = (2 \cdot q + 3 \cdot t) : 4.$$

Мы получили *формулу*, с помощью которой можно по известным значениям q и t вычислить x. Например, если q=100 и t=80, то $x=(2\cdot100+3\cdot80):4=440:4=110$.

Ответ: в каждом из последних четырех вагонов едет по $(2 \cdot q + 3 \cdot t)$:4 пассажиров.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б20. На каждом этаже двухэтажного дома m квартир, а на каждом этаже трехэтажного дома n квартир. Рядом стоит четырехэтажный дом, в котором столько же квартир, сколько в двухэтажном и трехэтажном домах вместе. Сколько квартир на одном этаже четырехэтажного дома?

- **B24.** Во дворе гуляют a мальчиков, а девочек в 2 раза больше. Для игры все ребята разбились на команды по b человек в каждой. Сколько было команд?
- **B25**. В одном альбоме x марок наклеено на 10 страниц поровну. В другом альбоме наклеено y марок, и на каждой странице на 4 марки меньше, чем в первом альбоме. Сколько страниц занято марками во втором альбоме?

Задача 20.24. Для отправки детей в летний лагерь было подано 8 одинаковых автобусов. Если бы в каждом автобусе было на 15 мест больше, то в них смогли бы разместиться 360 человек. Сколько мест было в каждом из поданных автобусов?

Решение. Пусть в каждом автобусе было x мест. Если бы мест было на 15 больше, то их было бы (x+15). В восьми таких автобусах разместилось бы $8 \cdot (x+15)$ человек.

С другой стороны, в условии задачи сказано, что в этих автобусах могло бы разместиться 360 человек. Значит, мы имеем уравнение: $8 \cdot (x+15) = 360$. Решаем это уравнение:

$$8 \cdot (x+15) = 360 \rightarrow x+15 = 360 : 8 \rightarrow x+15 = 45 \rightarrow x = 45-15 \rightarrow x = 30.$$

Значит, в тех автобусах, которые подали для отправки детей, было по 30 мест.

Ответ: 30 мест.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А13.** Для покраски стен потребовалось 4 одинаковые банки белил и еще 3 кг зеленой краски. Всего израсходовали 19 кг краски. Сколько килограммов белил было в каждой банке?
- **Б21.** На восьми одинаковых грядках посажен лук-севок. Если бы на каждую грядку посадили на 22 луковки больше, то всего было бы посажено 1024 головки лука. Сколько луковок посадили на каждую грядку?
- **B26.** В первый магазин привезли 27 коробок с печеньем, а во второй -30 таких же коробок. Сколько килограммов печенья привезли в каждый магазин, если известно, что во второй магазин привезли на 51 кг печенья больше, чем в первый?

Задача 20.25. В трех маленьких и четырех больших букетах 29 цветов, а в пяти маленьких и четырех больших букетах 35 цветов. Сколько цветов в большом и маленьком букетах?

Решение.

- 1. Пусть в маленьком букете x цветов, а в большом букете -y цветов. Тогда в трех маленьких и четырех больших букетах 3x+4y цветов. И по условию задачи в этих букетах 29 цветов, значит: 3x+4y=29.
- 2. В пяти маленьких и четырех больших букетах всего 5x + 4y цветов. По условию задачи это количество равно 35, значит: 5x + 4y = 35. Мы получили систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 29; & (1) \\ 5x + 4y = 35. & (2) \end{cases}$$

Нам осталось только решить эту систему. Попробуем сделать так: вычтем из левой части уравнения (1) левую часть уравнения (2), вычтем из правой части уравнения (1) правую часть уравнения (2) и приравняем полученные разности:

$$(3x+4y)-(5x+4y) = 29-35 \rightarrow 3x+4y-5x-4y = -6 \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = (-6):(-2) \rightarrow x = 3.$$

Следовательно, в маленьком букете 3 цветка. Найдем теперь число цветков в большом букете. Для этого подставим значение x = 3 в уравнение (1) и получим:

$$3x + 4y = 29 \rightarrow 3 \cdot 3 + 4y = 29 \rightarrow 9 + 4y = 29 \rightarrow 4y = 20 \rightarrow y = 5.$$

Значит, в большом букете 5 цветков.

Ответ: в маленьком букете 3 цветка, в большом -5.

СТОП! Решите самостоятельно:

В27. На турбазе имеются палатки и домики; всего их 25. В каждом домике живут 4 человека, а в палатке – 2 человека. Сколь-

ко на турбазе палаток и сколько домиков, если всего на этой турбазе отлыхают 70 человек?

Гб. В трех маленьких и четырех больших коробках 150 цветных карандашей, а в четырех маленьких и трех больших коробках 144 цветных карандаша. Сколько цветных карандашей в большой коробке?

Задачи про числа

Вспомним, что любое двузначное число, например 54, можно представить в виде: $54 = 5 \cdot 10 + 4$, а трехзначное, например 543, можно представить в виде: $543 = 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 3$.

Если у двухзначного числа число десятков обозначить буквой x, а число единиц — буквой y, то его можно записать так: \overline{xy} (черта сверху нужна для того, чтобы не перепутать с произведением: $x \cdot y = xy$). Тогда можно записать:

$$\overline{xy} = 10x + y$$
.

Аналогично, трехзначное число, у которого число сотен x, число десятков y и число единиц z, можно записать так:

$$xyz = 100x + 10y + z.$$

Соотношения между числом десятков и числом единиц

Задача 20.26. Найдите такое двузначное число, у которого частное от деления числа десятков на число единиц равно 4, а произведение числа десятков на число единиц равно 16.

Решение. Пусть x — число десятков, а y — число единиц. Тогда согласно условию задачи x: y = 4 и x · y = 16.

Мы получили систему уравнений:

$$\begin{cases} x: y = 4; \\ xy = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x: y \cdot y = 4 \cdot y; \\ xy = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4y; \\ xy = 16. \end{cases}$$

Подставим значение x = 4y во второе уравнение, получим: $4y \cdot y = 16 \rightarrow y^2 = 4$.

Мы уже знаем, что данное уравнение имеет два корня: y=-2 и y=2. Но поскольку число единиц может быть только положительным числом, то нам подходит только y=2. Тогда x=4 $y=4\cdot 2=8$.

Значит, наше искомое число – это 82.

Ответ: 82.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б22. Сумма цифр двухзначного числа равна 8, а разность между числом десятков и числом единиц равна 2. Определите число.

B28. Сумма цифр двузначного числа равна 11, а произведение 24. Чему равно число?

Переставляем местами цифры в двузначном числе

Задача 20.27. Докажите утверждение: «Если к двузначному числу прибавить число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получится число, которое делится на 11».

Решение. Пусть наше двузначное число имеет вид $\overline{xy} = 10x + y$ (например, $54 = 5 \cdot 10 + 4$). Число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке имеет вид:

$$\overline{vx} = 10v + x$$
.

Если мы сложим два этих числа, получим:

$$10x + y + 10y + x = 11x + 11y = 11(x + y).$$

Ясно, что произведение двух сомножителей, один из которых равен 11, точно делится на 11!

В самом деле:

$$11(x + y):11 = (x + y)\cdot 11:11 = x + y.$$

Мы доказали, что сумма чисел $(\overline{xy} + \overline{yx})$ делится на 11!

СТОП! Решите самостоятельно:

- **B29.** Найдите натуральное число, которое в 7 раз больше цифры его единиц.
- **Г7.** Найдите двузначное число, которое от перестановки его цифр увеличивается на 36.

Приписываем к числу цифры слева и справа

Задача 20.28. К трехзначному числу приписали цифру 9 сначала слева, а потом справа — получили два четырехзначных числа, разность которых равна 2214. Найдите трехзначное число.

Решение. Пусть у нас было трехзначное число xyz (например, 123). После того, как мы припишем к нему слева цифру 9, мы получим четырехзначное число $\overline{9xyz}$ (например, 9123). А если мы припишем к нашему числу цифру 9 справа, мы получим четырехзначное число $\overline{xyz9}$ (например, 1239).

По условию задачи разность полученных четырехзначных чисел равна:

$$\overline{9xyz} - \overline{xyz9} = 2214. \tag{1}$$

Заметим, что число $\overline{9xyz}$ можно представить в виде $9.1000+\overline{xyz}$ (например, 9123 = 9000 + 123 = 9.1000 + 123).

А число $\overline{xyz9}$ можно представить в виде $\overline{xyz} \cdot 10 + 9$ (например, $1239 = 1230 + 9 = 123 \cdot 10 + 9$).

Тогда уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$(9.1000 + \overline{xyz}) - (\overline{xyz}.10 + 9) = 2214 \rightarrow 9000 + \overline{xyz} - 10 \cdot \overline{xyz} - 9 = 2214.$$

Для краткости обозначим наше искомое число $\overline{xyz} = a$, получим:

$$9000 - 9 + a - 10a = 2214 \rightarrow 8991 - 9a = 2214 \rightarrow$$

 $-9a = 2214 - 8991 \rightarrow -9a = -6777 \rightarrow$
 $9a = 6777 \rightarrow a = 6777:9 = 753.$

Значит, наше искомое число 753.

Проверим: 9753 - 7539 = 2214. Все правильно!

Ответ: 753.

СТОП! Решите самостоятельно:

B30. К двузначному числу приписали цифру 5 сначала слева, а потом справа и получили два трехзначных числа, сумма которых равна 912. Найдите двузначное число.

Г8. К трехзначному числу приписали цифру 2 сначала слева, а потом справа и получили два четырехзначных числа, сумма которых равна 5929. Найдите трехзначное число.

Диофантовы уравнения

Задача 20.29. Для игр на детском празднике организаторам нужно 145 фломастеров. В магазине фломастеры есть в упаковках по 20 и по 15 штук. Могут ли организаторы купить равно столько фломастеров, сколько им нужно?

Решение. Пусть организаторы купили x упаковок по 20 штук и y упаковок по 15 штук. Тогда всего они купили 20x+15y фломастеров. По условию задачи им нужно купить 145 фломастеров, значит:

$$20x + 15y = 145. (1)$$

Читатель: У нас одно уравнение и два неизвестных!

Автор: Да, но точно знаем, что x и y – целые неотрицательные числа. Это упрощает задачу. Перепишем уравнение (1) в виде:

$$20x+15y=145 \rightarrow 15y=145-20x \rightarrow y=(145-20x):15$$
.

Будем подставлять в эту формулу все возможные значения x, начиная со значения x=0. Если при данном значении x

получится целое неотрицательное значение y, то, значит, мы нашли решение нашей задачи! А если ни разу не получится целое неотрицательное значение y, то решений нет.

Значение х	Значение у	Вывод
0	(145-20 · 0):15= 145 :15, не делится!	Не годится!
1	(145-20·1):15=125:15, не делится!	Не годится!
2	$(145-20\cdot 2):15 = 105:15 = 7$	ГОДИТСЯ!
3	(145-20·3):15=85:15, не делится!	Не годится!
4	(145-20·4):15=65:15, не делится!	Не годится!
5	$(145-20\cdot5):15 = 45:15 = 3$	ГОДИТСЯ!
6	(145-20.6):15=25:15, не делится!	Не годится!
7	(145-20·7):15=5:15, не делится!	Не годится!

Мы получили два решения: $x=2;\ y=7$ и $x=5;\ y=3$. То есть можно купить:

- 1) 2 упаковки по 20 фломастеров и 7 упаковок по 15 фломастеров, получим $2\times20+7\times15=145$;
- 2) 5 упаковок по 20 фломастеров и 3 упаковки по 15 фломастеров, получим $5\times 20 + 3\times 15 = 145$.

Ответ: 1) 2 и 7; 2) 5 и 3.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **B31.** Из 30 спичек Володя сложил треугольники и квадраты. Сколько фигур каждого вида у него получилось, если на треугольники он тратил по 3 спички, а на квадраты по 4?
- **Г9.** Подданные привезли в дар шаху 300 драгоценных камней. Камни были разложены в маленькие шкатулки по 15 штук в каждой и в большие по 40 штук в каждой. Сколько было тех и других шкатулок, если известно, что маленьких шкатулок было меньше, чем больших?
- **Г10.** Найдите трехзначное число, сумма цифр которого равна 17, а произведение 64.

Геометрические задачи

Периметр многоугольника

Вспомним, что *периметром* многоугольника называется сумма длин всех его сторон.

Например, периметр квадрата со стороной a (рис. 20.5, a) равен a+a+a+a=4a. Запомним формулу:



Периметр прямоугольника, у которого длина равна a, а ширина равна b (рис. 20.5, δ), равен a+a+b+b=2a+2b=2(a+b). Запомним формулу:

ПЕРИМЕТР ПРЯМОУГОЛЬНИКА =
$$2(a + b)$$
. (20.4)

Периметр треугольника со сторонами a, b, c (рис. 20.2, ϵ) равен a+b+c. Запомним формулу:

ПЕРИМЕТР ТРЕУГОЛЬНИКА =
$$a + b + c$$
. (20.5)

Задача 20.30. Составьте формулу для вычисления периметра прямоугольника (рис. 20.6)

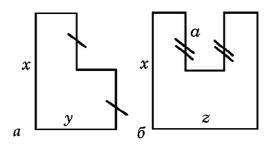
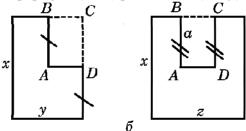


Рис. 20.6

Решение

Рис. 20.7

а) Заметим, что периметр фигуры, показанной на рис. 20.6, точно такой же, как у прямоугольника со сторонами x и y. Потому что если достроить эту фигуру до прямоугольника (рис. 20.7, a), то увидим, что AB = CD и AD = BC, значит, периметр, согласно формуле (20.4) равен P = 2(x + y).



б) Достроим фигуру, показанную на рис. 20.6, δ , до прямоугольника (рис. 20.7, δ). Очевидно, что AB = CD, поэтому периметр нашей фигуры будет равен периметру прямоугольника со сторонами x и z ПЛЮС длина отрезков AD и BC, каждый из которых равен a.

Значит, периметр нашей фигуры равен 2(x + z) + 2a.

Omeem: a) 2(x + y); 6) 2(x + z) + 2a.

СТОП! Решите самостоятельно:

А14. Длина линии ABCD равна 35 см. Каждый из отрезков AB и CD имеет длину 12 см. Чему равна длина отрезка BC?

Б23. Длины сторон прямоугольного участка земли равны x и y метров. Вдоль границы этого участка натягивают трос, чтобы укрепить на нем забор. При этом оставляют проемы 3 м и 2 м для ворот и калитки. Сделайте рисунок и найдите длину троса.

Как найти стороны прямоугольника по известному периметру?

Задача 20.31. Периметр прямоугольника равен 120 см, а длина его в 2 раза больше периметра. Найдите длину и ширину прямоугольника.

Решение. Пусть длина прямоугольника равна a см, а ширина – b см. Поскольку длина в 2 раза больше ширины, то a = 2b.

Согласно формуле (20.4) периметр прямоугольника равен

$$2(a + b) = 2(2b + b) = 2 \cdot 3b = 6b.$$

По условию задачи периметр равен 120 см. Значит,

$$6b = 120 \rightarrow b = 20$$
.

Тогда

$$a = 2b = 2 \cdot 20 = 40$$
.

Ответ: длина 40 см, ширина 20 см.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б24.** Периметр прямоугольника равен 114 дм, а его ширина меньше длины на 9 дм. Найдите стороны прямоугольника.
- **В32.** Боковая сторона равнобедренного треугольника на 13 см больше его основания. Периметр треугольника равен 68 см. Найдите стороны треугольника. (Равнобедренным называется треугольник, у которого две стороны равны).

Площадь прямоугольника

Напомним, что площадь прямоугольника со сторонами a и b равна $a \cdot b$. Площадь обычно обозначают буквой S (от ан-

глийского слова square – площадь), тогда можно записать формулу для вычисления площади прямоугольника:

$$S = a \cdot b . (20.6)$$

Напомним, что площадь измеряется либо в квадратных сантиметрах (обозначается cm^2), либо в квадратных метрах (обозначается m^2). Квадратный сантиметр — это квадратик со стороной 1 см, а квадратный метр — квадрат со стороной 1 м.

Читатель: А почему квадратный метр обозначается буквой м с двойкой вверху: м²?

Автор: Потому что при вычислении площади прямоугольника мы умножаем длину, измеряемую в метрах на ширину, измеряемую в метрах, то есть мы как бы метр умножаем на метр: м·м. Получается, что мы как бы возводим метр в квадрат: м·м = м^2 . Отсюда и появилось это краткое обозначение для квадратного метра – м^2 .

Задача 20.32. Прямоугольный участок земли обнесен забором, длина которого 40 м. Площадь участка 96 м². Найти длины сторон этого участка, если известно, что они выражаются натуральными числами.

Решение. Пусть длина нашего прямоугольника равна a, а ширина равна b. Тогда по формуле (20.4) его периметр равен 2(a+b)=40. А по формуле (20.6) площадь прямоугольника равна: $a \cdot b = 96$. Мы получили систему уравнений:

$$2(a+b)=40,$$
 (1)

$$a \cdot b = 96. \tag{2}$$

Немного преобразуем первое уравнение:

$$2(a+b) = 40 \rightarrow a+b = 20.$$
 (3)

Теперь попробуем подобрать такие пары натуральных чисел a и b, чтобы они, с одной стороны, давали произведение 96, а с другой стороны — сумму 20. При этом не забудем еще, что a > b.

Число 96 можно представить в виде произведения двух чисел следующим образом:

- 1) 96 = 96.1;
- 2) 96 = 48.2;
- 3) 96 = 32.3;
- 4) 96 = 24.4;
- 5) 96 = 16.6;
- 6) 96 = 12.8.

Ясно, что варианты 1—4 нам не подходят, потому что величина одной из сторон там больше 20. Вариант 5 тоже не подходит, потому что 16+6=22, а нам нужно, чтобы сумма сторон равнялась 20. Зато вариант 6 подходит: если a=12, b=8, то:

- 1) 12 > 8 (длина больше ширины);
- 2) 12.8 = 96 (выполняется уравнение (2));
- 3) 12 + 8 = 20 (выполняется уравнение (3)).

Ответ: длина 12 м, ширина 8 м.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б25. Площадь прямоугольника 72 м². Одна из его сторон равна 6 м. Какая сторона больше и на сколько?

В33. В прямоугольнике одна сторона на 8 м больше другой. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 28 м.

Как изменится площадь?

Автор: У нас есть прямоугольник со сторонами 10 и 5 см. Как Вы считаете, на сколько увеличится его площадь, если длину увеличить на 3 см?

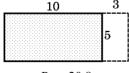
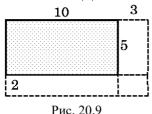


Рис. 20.8

Читатель: По-моему, площадь увеличится на величину площади незаштрихованного прямоугольника со сторонами 3 и 5 см (рис. 20.8), то есть на 3.5 = 15 см².

Автор: Совершенно верно! Теперь давайте рассмотрим более сложную задачу. Возьмем тот же прямоугольник со сторонами 10 и 5 см, увеличим его длину на 3 см и увеличим ширину на 2 см. Спрашивается, на сколько увеличится площадь прямоугольника?

Читатель: Давайте сделаем чертеж (рис. 20.9).



Из рисунка видно, что к нашему прямоугольнику прибавилось ещё три прямоугольника (на рисунке они не заштрихованы) со сторонами:

1) 2 и 10 см; 2) 3 и 2 см; 3) 5 и 3 см. Их площади соответственно равны:

1) $2 \times 10 = 20 \text{ cm}^2$; 2) $3 \times 2 = 6 \text{ cm}^2$; 3) $5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$. Значит, площадь нашего прямоугольника увеличилась на сумму площадей этих прямоугольников, то есть на

$$20 + 6 + 15 = 41 \text{ cm}^2$$
.

Автор: Все верно!

Задача 20.33. В прямоугольнике длина больше ширины на 25 см. После того, как длину увеличили на 5 см, а ширину на 4 см, площадь прямоугольника увеличилась на 300 см². Определите стороны прямоугольника.

Решение. Пусть ширина прямоугольника b, а длина a, тогла:

$$a = b + 25. \tag{1}$$

После того, как мы увеличим длину на 5 см, а ширину на 4 см, площадь «нового» прямоугольника будет больше площади «старого» прямоугольника на

величину площади трех прямоугольников со сторонами (рис. 20.10):

- 1) а и 4 см;
- 2) b и 5 см;
- 3) 4 и 5 см.

То есть площадь увеличилась на

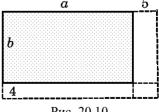


Рис. 20.10

величину: $a \cdot 4 + b \cdot 5 + 4 \cdot 5$. По условию задачи эта величина равна 300 см², значит, мы можем записать уравнение:

$$a \cdot 4 + b \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 300$$
. (2)

Мы получили систему уравнений $\begin{cases} a = b + 25, \\ 4a + 5b + 20 = 300. \end{cases}$ Pe-

шим ее методом подстановки: подставим значение a из первого уравнения во второе, получим:

$$4a + 5b + 20 = 300 \rightarrow 4(b + 25) + 5b + 20 = 300 \rightarrow$$

 $4b + 100 + 5b + 20 = 300 \rightarrow$
 $9b = 300 - 20 - 100 \rightarrow 9b = 180 \rightarrow b = 20.$

Тогда a = b + 25 = 20 + 25 = 45.

Ответ: длина 45 см; ширина 20 см.

Читатель: По-моему, уравнение $a \cdot 4 + b \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 300$ можно было получить и без помощи чертежа. В самом деле, сначала площадь нашего прямоугольника была равна $a \cdot b$, а потом стала равна (a+5)(b+4). Значит, площадь увеличилась на величину: $(a+5)(b+4) - a \cdot b$. Если немного преобразовать это выражение, получим:

$$(a+5)(b+4)-ab = a(b+4)+5(b+4)-ab =$$

$$= ab+4a+5b+20-ab =$$

$$= (ab-ab)+4a+5b+20 = 4a+5b+20.$$

Поскольку площадь увеличилась на 300 см^2 , то 4a + 5b + 20 = 300.

Автор: Совершенно верно!

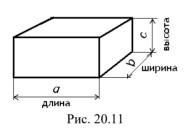
СТОП! Решите самостоятельно:

Б26. Ширина прямоугольника равна 25 см. На сколько увеличится площадь этого прямоугольника, если его длину увеличить с 30 см до 35 см?

- **В34.** Длина садового участка на 10 м больше его ширины. Его площадь решили увеличить на 400 м². Для этого длину увеличили на 10 м, а ширину на 2 м. Какова площадь нового и старого участка?
- **Г11.** У прямоугольника длина на 8 см больше ширины. После того как длину увеличили на 5 см, а ширину уменьшили на 4 см, его площадь уменьшилась на $40~{\rm cm}^2$. Найдите стороны данного прямоугольника.

Объем спичечного коробка

Возьмем спичечный коробок, длина которого равна a, ширина b, а высота c (рис. 20.11). Объем этого коробка вычисляется по формуле:



$$V = a \cdot b \cdot c . \tag{20.7}$$

Напомним, что объем измеряется в кубических сантиметрах (обозначается cm^3) или в кубических метрах (обозначается cm^3). Кубический сантиметр — это кубик, у которого длина, ширина и высота равны 1 см, кубический метр мож-

но представить себе как ящик, у которого длина, ширина и высота равны $1\,\mathrm{m}$.

Заметим, что и комната и спортивный зал по своей форме похожи на спичечный коробок, только размеры у них гораздо больше.

Тело, имеющее форму спичечного коробка, математики назвали *прямоугольным параллелепипедом*. Так что и спичечный коробок, и комната, и спортивный зал — это все *прямоугольные параллелепипеды* только разных размеров.

Кубом называется прямоугольный параллелепипед, у которого длина, ширина и высота равны (рис. 20.12)

Длина, ширина и высота куба называется одним словом – ребро куба. Объем куба равен

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3. \tag{20.8}$$

Площадью поверхности куба называется сумма площадей всех его *граней* — квадратов, которые его ограничивают. Иными словами, грани — это стенки куба, его дно и его крышка.

Как легко видеть из рисунка, у куба 6 граней, и площадь каждой такой грани — это площадь квадрата со стороной a. Значит, площадь каждой грани равна $a \cdot a = a^2$, а площадь всех его граней, то есть *площадь поверхности куба* равна

$$S = 6a^2$$
. (20.9)

Задача 20.34. Вычислите: а) площадь поверхности куба с ребром 2 см; б) объем куба с ребром 3 см; в) объем комнаты длиной 12 м, шириной 4 м и высотой 3 м; г) объем спортивного зала площадью 100 м^2 и высотой 10 м.

Решение.

а) Площадь поверхности куба по формуле (20.9) равна

$$S = 6a^2 = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$$
.

б) Объем куба по формуле (20.8) равен

$$V = a^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3.$$

в) Объем комнаты — это объем прямоугольного параллелепипеда. По формуле (20.5)

$$V = a \cdot b \cdot c = 12 \cdot 4 \cdot 3 = 48 \cdot 3 = 144 \text{ m}^3.$$

г) Спортивный зал — это тоже прямоугольный параллелепипед, пусть его длина равна a, ширина b, а высота равна c. Тогда по формуле (20.7) объем равен $V=a\cdot b\cdot c$.

С другой стороны, площадь пола S — это площадь прямоугольника со сторонами a и b , значит $S = a \cdot b$. Подставим в формулу $V = a \cdot b \cdot c$ $a \cdot b = S$, получим: $V = S \cdot c$.

У нас $S = 100 \text{ м}^2$; c = 10 м, тогда $V = S \cdot c = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ м}^3$. *Ответ*: а) 24 см²; б) 27 см³; в) 144 м³; г) 1000 м³.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б27.** Высота спортивного зала 4 м, а его длина в 2 раза больше ширины, которая, в свою очередь, на 1 м больше высоты. Найдите объем спортивного зала.
- **Б28.** Объем комнаты равен 100 м^3 . Найдите высоту комнаты, если известно, что площадь пола равна 25 м^2 .
- **B35.** Ребро куба увеличили в 3 раза. Во сколько раз: а) увеличилась площадь его поверхности; б) увеличился его объем?

Задачи на движение

Просто едем по дороге

Вспомним, что скоростью называется путь, который проходят за единицу времени. Например, если скорость пешехода 5 километров в час (обозначается 5 км/ч), то это значит, что за 1 ч пешеход проходит 5 км.

Если скорость автомобиля 20 метров в секунду (обозначается 20 м/с), то это значит, что за 1 с автомобиль проезжает 20 м.

Если скорость ракеты 11 километров в секунду (обозначается 11 км/с), то это значит, что за 1 с ракета пролетает 11 км. *Автор*: Как Вы считаете, если человек шел 6 ч со скоростью 5 км/ч, какой путь он прошел?

Читатель: Ясно, что за 6 ч человек пройдет в 6 раз больше, чем за 1 ч, то есть $5 \cdot 6 = 30$ км.

Автор: Верно! А если автомобиль ехал с скоростью 20 м/с в течение 100 с, какое расстояние он проехал?

Читатель: За 100 с он проедет в 100 раз больше, чем за одну секунду, то есть $20 \cdot 100 = 2000$ м.

Автор: Правильно! А какое расстояние преодолеет ракета, летящая со скоростью 11 км/с за 20 с полета?

Читатель: Аналогично: в 20 раз большее, чем за одну секунду, то есть $11 \cdot 20 = 220$ км.

Автор: Верно! Заметим, что если мы знаем скорость и время движения, то пройденный путь найти очень легко: надо просто умножить скорость на время.

Если обозначить скорость буквой v (от английского слова velocity — скорость), а время — буквой t (от английского слова time — время), а путь буквой s, то получим очень простую формулу:

$$s = v \cdot t. \tag{20.10}$$

А теперь скажите: если нам известен путь s и время движения t, как нам найти скорость v?

Читатель: По-моему, можно воспользоваться формулой $s = v \cdot t$. Разделим обе части уравнения на t и получим

$$s = v \cdot t \rightarrow s : t = v \cdot t : t \rightarrow v = s : t.$$

Автор: Правильно! Запомним формулу:

$$v = s : t.$$
 (20.11)

A если мы знаем s и v, а найти хотим t?

Читатель: Возьмем формулу $s = v \cdot t$ и разделим обе части на v, получим: $s = v \cdot t \to s : v = v \cdot t : v \to t = s : v$.

Автор: Верно! И эту формулу нам тоже стоит запомнить:

$$t = s : v. \tag{20.12}$$

Задачи, которые проще решить без составления уравнений

Задача 20.35. Первый бегун пробежал дистанцию s=1000 м за время $t=200\,$ с, второй пробежал дистанцию со скоростью $v=10\,$ м/с за время $t=20\,$ с, а третий пробежал путь $s=450\,$ м

со скоростью $v=9\,\mathrm{m/c}$. Определите: а) какова скорость первого бегуна; б) какую дистанцию пробежал второй бегун; в) за какое время пробежал дистанцию третий бегун?

Решение.

а) Воспользуемся формулой (20.11):

$$v = s : t = 1000 \text{ M} : 200 \text{ c} = 5 \text{ M/c}.$$

б) Воспользуемся формулой (20.10):

$$s = v \cdot t = 10 \text{ m/c} \cdot 20 \text{ c} = 200 \text{ m}.$$

в) Воспользуемся формулой (20.12):

$$t = s : v = 450 \text{ M} : 9 \text{ c} = 50 \text{ c}.$$

Ответ: а) 5 м/с; б) 200 м; в) 50 с.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б29.** Алеша с папой шел к озеру 30 мин со скоростью 80 м/мин, а затем еще 10 мин со скоростью на 20 м/мин меньшей. Каково расстояние от Алешиного дома до озера?
- **Б30.** Игорь живет на расстоянии 48 км от районного центра. Путь от дома до районного центра он проехал на велосипеде со скоростью 16 км/ч, а обратный путь по той же дороге он проехал со скоростью 12 км/ч. На какой путь Игорь затратил меньше времени и на сколько часов?
- **Б31.** Автобус за 8 ч прошел расстояние 560 км. На обратный путь он затратил 7 ч. На сколько изменилась скорость автобуса на обратном пути?

Составляем алгебраические выражения

Задача 20.36. Скорость первого автобуса v км/ч, а скорость 2-го автобуса на 20 км/ч больше. Запишите следующие алгебраические выражения:

- 1) скорость второго автобуса;
- 2) путь, пройденный 1-м автобусом за время t ч;
- 3) путь, пройденный 2-м автобусом за время t ч;
- 4) время, за которое 1-й автобус проедет путь s км;
- 5) время, за которое 2-й автобус проедет путь s км;

- 6) на какое время 2-й автобус пройдет путь s км быстрее первого;
- 7) на какую величину расстояние, пройденное 2-м автобусом за время t ч больше расстояния, пройденного 1-м автобусом за это же время;
- 8) на сколько больший путь проедет первый автобус за время t, чем второй за время (t-2) ч.

Решение.

- 1. Очевидно, что скорость 2-го автобуса v + 20 км/ч.
- 2. Согласно формуле (20.10) путь, пройденный 1-м автобусом за время t ч, равен vt км.
- 3. Путь, пройденный 2-м автобусом, скорость которого v + 20 км/ч, равен $(v + 20) \cdot t$ км.
- 4. Согласно формуле (20.12), время, за которое 1-й автобус прошел путь s км, равно s:v ч.
- 5. Аналогично, время, за которое 2-й автобус прошел путь s км, равно s : (v+20) ч.
- 6. Необходимо вычесть из времени, затраченного 1-м автобусом, время, затраченное 2-м автобусом: s:v-s:(v+20) ч.
- 7. Необходимо из пути, пройденного 2-м автобусом, вычесть путь, пройденный 1-м автобусом: $(v+20)\cdot t-vt$ км.
- 8.За время (t-2) ч 2-й автобус пройдет путь (v+20)х х(t-20) км, а за время t ч 1-й автобус пройдет путь vt км. Нам нужно вычесть из пути, пройденного первым автобусом, путь, пройденный 2-м автобусом: $vt (v+20) \cdot (t-2)$ км.

Ombem: 1)
$$v + 20$$
; 2) vt ; 3) $(v + 20) \cdot t$; 4) $s:v$; 5) $s:(v + 20)$; 6) $s:v - s:(v + 20)$; 7) $(v + 20) \cdot t - vt$; 8) $vt - (v + 20) \cdot (t - 2)$.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б32. Средняя скорость автомобиля на трассе v км/ч, а на проселочной дороге — в 3 раза меньше. Запишите на математическом языке: а) скорость автомобиля на проселочной дороге; б) путь, пройденный на проселочной автомобиле за 2 ч; в) время, за кото-

рое на проселочной дороге автомобиль проедет путь s км; r) расстояние, которое проедет автомобиль за 2 ч движения по трассе и 5 ч по проселочной дороге; д) время, за которое автомобиль проедет 100 км по трассе и 200 км по проселочной дороге.

Задача 20.37. Грузовик со скоростью 60 км/ч проехал расстояние между городами за 8 ч. За сколько часов то же расстояние проедет легковой автомобиль со скоростью 80 км/ч?

Решение. Найдем путь, пройденный грузовиком за 8 ч: $60 \cdot 8 = 480$ км. Время, за которое легковой автомобиль проедет 480 км, находим по формуле (20.12): t = s : v = 480 : 80 = 6 ч.

Ответ: за 6 ч.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б33.** От города до села автомашина шла со скоростью 65 км/ч в течение 2 ч. Сколько времени потребуется велосипедисту на этот путь, если он будет двигаться со скоростью 13 км/ч?
- **Б34.** Бегун пробежал дистанцию со скоростью 100 м за 20 секунд. За какое время он пробежит дистанцию 120 м, если будет бежать с той же скоростью?
- **Б35.** Со скоростью 80 км/ч товарный поезд прошел 720 км. Какое расстояние пройдет за то же время пассажирский поезд, скорость которого 60 км/ч?

Решаем с помощью уравнений

Задача 20.38. Пешеход прошел расстояние между селами со скоростью 4 км/ч. Если бы он проходил в час на 1 км больше, то ему потребовалось бы на тот же путь на 1 ч меньше. Сколько времени шел пешеход, и какой путь он прошел?

Решение. Пусть пешеход шел t ч, тогда пройденный им путь равен $4 \cdot t$ км.

Если бы он проходил за 1 ч на 1 км больше, его скорость была бы равна 4+1=5 км/ч.

Если бы он шел на 1 ч меньше, то он находился бы в пути (t-1) ч и прошел бы $5 \cdot (t-1)$ км.

По условию задачи в обоих случаях пешеход прошел одинаковый путь, поэтому: 4t = 5(t-1). Решим это уравнение:

$$4t = 5(t-1) \rightarrow 4t = 5t-5 \rightarrow 4t-5t = -5 \rightarrow -t = -5 \rightarrow t = 5$$
.

Значит, пешеход находился в пути 5 ч. За это время он прошел путь

$$4 \text{ km/y} \cdot 5 \text{ y} = 20 \text{ km}.$$

Ответ: 5 ч; 20 км.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б36. Поезд прошел расстояние между двумя городами со скоростью 80 км/ч. Если бы его скорость была на 20 км/ч меньше, то ему потребовалось бы на эту поездку на 1 ч больше. Найдите расстояние между двумя городами.

В36. Сергей доехал на велосипеде от озера до деревни и вернулся обратно, затратив на весь путь 1 ч. От озера до деревни он ехал со скоростью 15 км/ч, а на обратном пути его скорость была 10 км/ч. Чему равно расстояние от озера до деревни?

Едем в разные стороны

Автор: Рассмотрим такую ситуацию: два поезда отправляются с одной и той же станции в разных направлениях. Первый едет со скоростью v_1 км/ч, а второй — со скоростью v_2 км/ч. Как Вы считаете, на какое расстояние поезда *удалятся* друг от друга за 1 ч?

Читатель: По-моему, за 1 ч первый поезд проедет $v_1 \cdot 1$ км, а второй $-v_2 \cdot 1$ км. Значит, расстояние между ними будет $v_1 \cdot 1 + v_2 \cdot 1 = (v_1 + v_2) \cdot 1$ км (рис. 20.13).

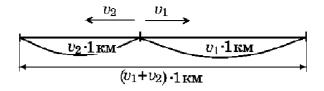


Рис. 20.13

Автор: Верно! Поэтому мы можем ввести такую величину – *скорость удаления*, которая будет равна расстоянию, на которое поезда удаляются друг от друга за единицу времени:

$$v_{\text{удаления}} = v_1 + v_2.$$
 (20.13)

А теперь скажите: на каком расстоянии друг от друга окажутся поезда через время t?

Читатель: Я думаю, если за 1 ч поезда удалились друг от друга на $(v_1 + v_2) \cdot 1$ км, то за t ч, они удалятся на расстояние, которое в t раз больше, то есть на $(v_1 + v_2) \cdot t$ км.

Автор: Совершенно верно! Или на расстояние $v_{yдаления} \cdot t$. Запомним формулу:

$$s = (v_1 + v_2) \cdot t = v_{\text{упаления}} \cdot t.$$
 (20.14)

Задача 20.39. Два автомобиля выехали одновременно из одного места на шоссе в противоположных направлениях. Скорость первого автомобиля 100 км/ч. Через 3 ч расстояние между автомобилями стало 540 км. Определите скорость второго автомобиля.

Решение. Обозначим скорость 2-го автомобиля буквой x. Тогда скорость удаления автомобилей будет равна (x+100) км/ч. Расстояние, на котором будут находиться автомобили через 3 ч будет равно 3(x+100) км.

По условию задачи это расстояние равно 540 км, получаем уравнение: 3(x+100) = 540. Решим это уравнение:

$$3(x+100) = 540 \rightarrow 3x + 3.100 = 540 \rightarrow 3x = 540 - 3.100 \rightarrow 3x = 240 \rightarrow x = 80.$$

Значит, скорость второго автомобиля 80 км/ч.

Ответ: 80 км/ч.

СТОП! Решите самостоятельно:

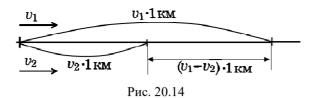
- **А15.** Из одного пункта в противоположных направлениях выехали две автомашины. Их скорости 60 км/ч и 80 км/ч. Определите скорость удаления автомашин.
- **А16.** С одной и той же станции в одно и то же время вышли в противоположных направлениях два поезда. Скорость одного поезда $50 \, \text{км/ч}$, а другого $85 \, \text{км/ч}$. Какое расстояние будет между поездами через $3 \, \text{ч?}$
- **Б37.** Два поезда вышли с одной станции в противоположных направлениях. Их скорости равны 60 км/ч и 70 км/ч. Через сколько часов расстояние между поездами будет 260 км?
- **Б38.** От пристани в противоположных направлениях одновременно отошли два теплохода. Через 4 часа они были уже на расстоянии 268 км друг от друга. Скорость первого теплохода 35 км/ч. Найдите скорость второго теплохода.

Движение с отставанием

Автор: Рассмотрим такую ситуацию: два автомобиля начали одновременно двигаться по дороге из одного пункта в одном направлении, но с разными скоростями: первый со скоростью v_1 км/ч, а второй — со скоростью v_2 км/ч, причем $v_1 > v_2$, то есть чем дольше они едут, тем больше второй автомобиль отстает от первого. Как Вы считаете, на каком расстоянии друг от друга будут автомобили через 1 ч?

Читатель: Если 1-й автомобиль проедет расстояние $v_1 \cdot 1$ км, а второй — $v_2 \cdot 1$ км (рис. 20.14). Значит, расстояние между ними будет

$$v_1 \cdot 1 - v_2 \cdot 1 = (v_1 - v_2) \cdot 1$$
 KM.

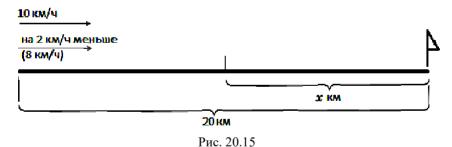


Автор: Совершенно верно! Следовательно, скорость удаления автомобилей в этом случае будет равна $v_1 - v_2$. А как подсчитать расстояние между автомобилями через время t? Читатель: Я думаю, что это расстояние равно $(v_1 - v_2) \cdot t$.

Автор: Правильно! Запомним формулу для расчета расстояния между автомобилями в случае движения с отставанием:

$$s = (v_1 - v_2) \cdot t = v_{\text{удаления}} \cdot t.$$
 (20.15)

Задача 20.40. Два велосипедиста стартовали в одном заезде спортивных соревнований на дистанции 20 км. Скорость первого 10 км/ч, а второго — на 2 км/ч меньше (рис. 20.15). Какое расстояние до финиша останется ехать второму велосипедисту в момент прибытия туда первого?



Решение. По условию задачи скорость первого велосипедиста 10 км/ч, а второго 10-2=8 км/ч.

Прежде всего, найдем время, за которое 1-й велосипедист доехал от старта до финиша: $t=20~{\rm km}:10~{\rm km/q}=2~{\rm y}$. За это время велосипедисты удалятся друг от друга на расстояние

$$s = (v_1 - v_2) \cdot t = (10 - 8) \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$$
 km.

Именно это расстояние и останется проехать до финиша 2-му велосипедисту.

Ответ: 4 км.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А17.** Из города одновременно в одном направлении выехали грузовая машина со скоростью 90 км/ч и легковой автомобиль, скорость которого –115 км/ч. На сколько километров грузовик отстанет от автомобиля через три часа после начала движения?
- **Б39.** Одновременно из одного пункта в одном направлении выехали две автомашины, одна со скоростью 85 км/ч, а другая 60 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 100 км?
- **В37.** Из одного пункта в другой одновременно выехали два велосипедиста. Через время t=8 ч расстояние между ними составило 32 км. С какой скоростью ехал 2-й велосипедист, если скорость первого велосипедиста 16 км/ч?

Движение вдогонку

Автор: Волк и Заяц решили устроить легкоатлетические соревнования по бегу на короткие дистанции. Скорость Зайца 10 м/с, а скорость Волка 15 м/с. Вначале Заяц находится далеко впереди Волка. Как Вы считаете: на какое расстояние Волк приблизится к Зайцу за одну секунду погони?

Читатель: За 1 с Волк пробежит 15 м, а Заяц — только 10. Значит, Волк сократит отставание на 15-10=5 м.

Автор: Верно! И мы можем ввести величину — *скорость сближения*. Скорость сближения равна расстоянию, на которое сближаются Волк и Заяц за единицу времени. Если скорость Волка v_1 , а скорость Зайца v_2 ($v_1 > v_2$), то чему будет равна скорость сближения?

Читатель: Если Волк за 1 с пробежит расстояние $v_1 \cdot 1$, а Заяц за 1 с пробежит расстояние $v_2 \cdot 1$, то Волк приблизится к Зайцу на расстояние $v_1 \cdot 1 - v_2 \cdot 1$. А значит, скорость сближения в данном случае равна $v_1 - v_2$.

Автор: Правильно! А теперь скажите, на какое расстояние сблизятся Волк и Заяц за 20 с?

Читатель: Я думаю, что если за 1 с Волк и Заяц сблизились на расстояние $(15-10)\cdot 1=5\,$ м, то за 20 с они сблизятся на расстояние в 20 раз большее, то есть на расстояние $(15-10)\cdot 20=100\,$ м. (Разумеется, если за эти 20 с Волк не обгонит Зайца).

Автор: Правильно! Значит, если скорость Волка v_1 , а скорость Зайца v_2 , то за время t, они сблизятся на расстояние:

$$s = (v_1 - v_2) \cdot t. \tag{20.16}$$

Пусть теперь начальное расстояние между Волком и Зайцем 300 м. Спрашивается, на каком расстоянии друг от друга они будут находиться через 20 с?

Читатель: Расстояние между ними уменьшится на ту величину, на которую они сблизятся, то есть на $s=(v_1-v_2)\cdot t=(15-10)\cdot 20=100$ м. Значит через 20 с расстояние между ними будет 300-100=200 м.

Автор: Верно! Пусть расстояние между Волком и Зайцем в начальный момент равно l_0 , а в момент времени t расстояние между ними равно l. Тогда можно записать следующую формулу:

$$l = l_0 - (v_1 - v_2) \cdot t. \tag{20.17}$$

СТОП! Решите самостоятельно:

А18. Винни-Пух был в гостях у Пятачка. Уходя, он забыл у него свой воздушный шарик. Пятачок заметил это только через 12 мин после ухода Винни-Пуха и сразу побежал за ним вдогонку, чтобы отдать шарик. Ему удалось догнать Винни довольно быстро, поскольку тот шел не торопясь, со скоростью 50 м/мин, а Пятачок бежал быстро — со скоростью 200 м/мин. Запишите на математическом языке:

1) какое расстояние Винни-Пух прошел за 12 мин;

- 2) на какое расстояние Пятачок приближался к Винни-Пуху за одну минуту;
- 3) на сколько уменьшилось расстояние между друзьями за 2 мин бега Пятачка;
- 4) на каком расстоянии от Винни-Пуха находился Пятачок после 2 мин бега.
- **Б40.** Волк бросился за Зайцем, когда тот был на расстоянии 100 м от него. Скорость Зайца -x м/мин, скорость Волка -y м/мин, причем Волк бежит быстрее Зайца. Запишите на математическом языке:
 - а) скорость сближения волка и зайца;
 - б) время, которое потребуется волку, чтобы догнать зайца;
- в) на каком расстоянии друг от друга будут находиться Волк и Заяц через время t, если Волк еще не догнал Зайца.
- **В38.** Два дельфина плывут в одном направлении со скоростью 800 м/мин и 900 м/мин. Сейчас между ними 1 км 200 м. На каком расстоянии друг от друга будут дельфины через 5 мин?

Когда же Волк догонит Зайиа?

Автор: Напомню: Волк бежит со скоростью $v_1 = 15$ м/с, а Заяц со скоростью $v_2 = 20$ м/с, и начальное расстояние между ними $l_0 = 300$ м. Спрашивается: за какое время Волк догонит Зайца?

Читатель: Я думаю, что за то время, которое необходимо, чтобы сблизиться на расстояние $l_0 = 300\,\mathrm{m}$. Если их скорость сближения равна: $v_{\mathrm{сближения}} = v_1 - v_2 = 15 - 10 = 5\,\mathrm{m/c}$, то $l_0 = v_{\mathrm{flátěvell} ev} \cdot t \rightarrow t = l_0 : v_{\mathrm{flátěvell} ev} = 300 : 5 = 60\,\mathrm{n}$.

Автор: Совершенно правильно! Можем запомнить формулу:

$$l_0 = (v_1 - v_2)t. (20.18)$$

Задача 20.41. Шляпа, которую ветер сорвал со старухи Шапокляк, упала в десяти метрах от нее и покатилась со ско-

ростью 3 м/с. С какой скоростью должна бежать крыса Лариска, чтобы догнать шляпу через 5 с?

Решение. Пусть скорость Лариски x м/с. Тогда скорость сближения Лариски и шляпы (x-3) м/с. Начальное расстояние между шляпой и Лариской $l_0 = 10$ м, а время, через которое Лариска догонит шляпу t = 5 с.

Тогда согласно формуле (20.18), можем записать уравнение: $(x-3) \cdot 5 = 10$. Нам осталось только его решить:

$$(x-3)\cdot 5 = 10 \rightarrow x-3 = 10:5 \rightarrow x-3 = 2 \rightarrow x = 2+3 \rightarrow x = 5$$
.

Значит, Лариска должна бежать со скоростью 5 м/с.

Ответ: 5 м/с.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А19.** Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 60 км, выехали одновременно в одном направлении два мотоциклиста. Скорость первого 40 км/ч, скорость второго 50 км/ч. Через сколько часов второй мотоциклист догонит первого?
- **Б41.** Всадник выезжает из пункта A и едет со скоростью 12 км/ч; в то же время из пункта B, отстоящего от A на 24 км, со скоростью 4 км/ч, выходит пешеход. Об движутся в одном направлении, совпадающем с направлением из A в B. На каком расстоянии от B всадник догонит пешехода?
- **В39.** С железнодорожной станции в 12 ч вышел скорый поезд со скоростью 70 км/ч. На 4 ч раньше с этой же станции был отправлен в том же направлении товарный поезд. В 16 ч скорый поезд догнал товарный. Найдите скорость товарного поезда.

Движение навстречу

Задача 20.42. Два поезда вышли навстречу друг другу из двух городов со скоростями $v_1 = 120$ км/ч и $v_2 = 100$ км/ч и встретились через время $t_{\rm B} = 3$ ч. Какое расстояние между городами? На каком расстоянии друг от друга будут находиться поезда через время $t_1 = 2$ ч после начала движения?

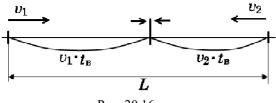


Рис. 20.16

Решение. Прежде всего, найдем расстояние между городами. Первый поезд до встречи прошел расстояние $v_1 \cdot t_{\rm B}$, а второй $-v_2 \cdot t_{\rm B}$. Сумма этих расстояний, как видно из рис. 20.16, как раз и равна расстоянию между городами:

$$L = v_1 \cdot t_B + v_2 \cdot t_B = (v_1 + v_2) \cdot t_B. \tag{20.19}$$

Вычислим это расстояние:

$$L = (v_1 + v_2) \cdot t_B = (120 + 100) \cdot 3 = 220 \cdot 3 = 660$$
 km.

Теперь попробуем найти расстояние между городами через время $t_1 = 2$ ч после начала движения. За время $t_1 = 2$ ч первый поезд прошел расстояние $v_1 \cdot t_1$, а второй $-v_2 \cdot t_1$ (рис. 20.17).

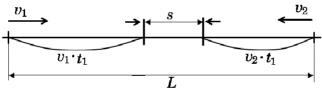


Рис. 20.17

Расстояние между поездами s равно разности между расстоянием между городами L и расстоянием $(v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_1)$, пройденным обоими поездами вместе:

$$s = L - (v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_1). \tag{20.20}$$

Вычислим это расстояние:

$$s = L - (v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_1) = 660 - (120 \cdot 2 + 100 \cdot 2) =$$

= $660 - (240 + 200) = 660 - 440 = 220 \text{ km}.$

Ответ: 660 км; 440 км.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **А20.** Один человек идет в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идет навстречу ему из другого города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся, если вышли одновременно?
- **Б42.** С двух станций, расстояние между которыми 960 км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда пассажирский и товарный. Скорость пассажирского поезда 90 км/ч, а товарного на 20 км/ч меньше. Какое расстояние будет между поездами через 2 часа после начала движения?
- **В40.** Космический корабль «Вега-1» двигался к комете Галлея со скоростью 46 км/с. Комета двигалась навстречу кораблю со скоростью 34 км/с. Какое расстояние было между ними за 15 мин до встречи?

Задача 20.43. Скорость велосипедиста в 5 раз больше скорости пешехода. Однажды они отправились одновременно навстречу друг другу из пунктов, расстояние между которыми 72 км. Какой путь проедет велосипедист до встречи с пешеходом?

Решение. Пусть скорость пешехода x км/ч, тогда скорость велосипедиста 5x км/ч. Поскольку встретились они через 2 ч, то расстояние между пунктами согласно формуле (20.19) равно $(5x + x) \cdot 2$.

По условию задачи это расстояние составляет 72 км, значит, мы можем записать и решить уравнение:

$$(5x + x) \cdot 2 = 72 \rightarrow 6x \cdot 2 = 72 \rightarrow 12x = 72 \rightarrow x = 72:12 \rightarrow x = 6.$$

Итак, скорость пешехода 6 км/ч, а велосипедиста 5.6 = 30 км/ч. Тогда за 2 ч велосипедист проедет 30.2 = 60 км.

Ответ: 60 км.

СТОП! Решите самостоятельно:

В41. Из двух городов, расстояние между которыми 232 км, одновременно навстречу другу выехали два велосипедиста. Че-

рез 8 ч они встретились. Вычислите скорость второго велосипедиста, если первый ехал со скоростью 15 км/ч.

- **В42.** Из двух пунктов, расстояние между которыми 210 км вышли одновременно навстречу друг другу два электропоезда. Скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого. Найдите скорость каждого электропоезда, если они встретились через 2 ч после начала движения.
- **Г12.** Собака, почуяв приближение хозяина, побежала ему навстречу, когда он находился на расстоянии 150 м от дома. Через 10 с расстояние между ними сократилось до 50 м. С какой скоростью шел хозяин, если скорость собаки на 8 м/с больше скорости хозяина.

Движение по движущейся дороге

Приведем три примера движения по движущейся дороге:

- по вагону движущегося поезда идет пассажир;
- по течению реки плывет лодка;
- по эскалатору метро спускается человек.

Автор: Рассмотрим такую задачу: по реке, скорость течения которой u=2 км/ч, движется лодка, скорость которой **относительно воды** v=5 км/ч...

Читатель: А что значит: «скорость относительно воды»?

Автор: Это та скорость, с которой та же лодка движется в неподвижной воде, например, в озере. Её ещё называют *скоростью в стоячей воде*. Так вот, требуется найти скорость лодки относительно берега в двух случаях: 1) когда лодка плывет по течению; 2) когда лодка плывет против течения.

Для наглядности пусть по течению плывет плот, скорость которого относительно берегов равна скорости воды в реке, то есть 2 км/ч, а относительно воды плот является неподвижным (в стоячей воде плот двигаться вообще не будет).

1. Рассмотрим случай движения по течению реки. Пусть в начальный момент времени плот и лодка находились ря-

дом с деревом, растущим на берегу (рис. 20.18). Как Вы считаете, на какое расстояние s_1 относительно дерева сместился плот за 1 ч?

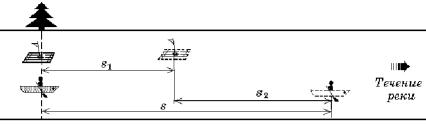


Рис. 20.18

Читатель: Я думаю, что $s_1 = u \cdot 1$ ч = 2 км/ч · 1 ч = 2 км.

Автор: Верно. А на сколько сместится за 1 ч лодка относительно плота?

Читатель: Наверное, на расстояние $s_2 = v \cdot 1$ ч = 5 км/ч · 1 ч = 5 км.

Автор: Правильно. А на сколько сместится **лодка относительно дерева** за 1 ч?

Читатель: Из рис 20.18 видно, что расстояние s от дерева до лодки равно:

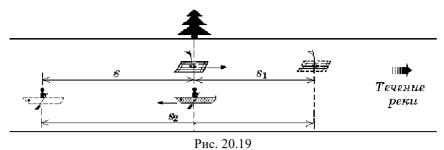
$$s = s_1 + s_2 = u \cdot 1 + v \cdot$$

Автор: Совершенно верно! То есть за 1 ч лодка пройдет относительно берега расстояние $s = (u + v) \cdot 1$.

С другой стороны, пусть $v_{\text{по течению}}$ – скорость лодки относительно берега при движении по течению реки, тогда $s = v_{\text{по течению}} \cdot 1$ – это расстояние, которое пройдет лодка относительно берега за 1 ч. Отсюда следует что

$$v_{\text{по течению}} = u + v. \tag{20.21}$$

2. Рассмотрим случай движения против течения реки. Пусть, как и первом случае, в начальный момент времени плот и лодка находились рядом с деревом, растущим на берегу (рис. 20.19). Определим, на сколько сместятся лодка и плот за 1 ч относительно воды и относительно берега.



Плот неподвижен относительно воды и плывет вниз по те-

чению со скоростью u=2 км/ч. За 1 ч, как и в первом случае, плот сместится относительно дерева на расстояние $s_1=u\cdot 1$ ч =

 $= 2 \text{ KM/H} \cdot 1 \text{ H} = 2 \text{ KM}.$

Лодка движется относительно плота (а значит, и относительно воды) со скоростью v=5 км/ч и поднимается вверх по течению относительно плота на расстояние

$$s_2 = v \cdot 1 \ q = 5 \ \text{km/q} \cdot 1 \ q = 5 \ \text{km}.$$

Из рис. 20.19 видно, что относительно дерева лодка поднялась вверх по течению на расстояние

$$s = s_2 - s_1 = v \cdot 1 + u \cdot 1 + u \cdot 1 + v = (v - u) \cdot 1 + v = 5 + v \cdot 1 + v = 3 + v \cdot 1$$

Однако $v_{\text{против течения}}$ — скорость лодки относительно берега при движении против течения реки, тогда $s = v_{\text{против течения}} \cdot 1$ — это расстояние, которое пройдет лодка относительно берега за 1 ч. Отсюда следует что:

$$v_{\text{против течения}} = v - u.$$
 (20.22)

Запомним: при движении по течению скорости лодки и реки складываются, а при движении против течения — вычитаются.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б43.** Скорость течения реки 2 км/ч, а собственная скорость катера 15 км/ч. Составьте арифметические выражения для следующих величин и найдите их значения:
 - 1) скорость катера при движении по течению реки;
 - 2) скорость катера при движении против течения реки;

- 3) расстояние, которое пройдет катер за 3 ч, двигаясь по течению реки;
- 4) расстояние, которое пройдет катер за 3 ч, двигаясь против течения реки;
- 5) время, которое потребуется катеру на путь 68 км при движении по течению реки;
- 6) время, которое потребуется катеру на путь 78 км при движении против течения реки;
- 7) на сколько скорость катера при движении по течению реки больше скорости катера при движении против течения реки.

Задача 20.44. При движении по течению реки расстояние 48 км прогулочный катер проходит за 3 ч. Какова собственная скорость катера, если скорость течения 2 км/ч?

Решение. Найдем скорость прогулочного катера относительно берега при движении по течению реки:

$$v_{\text{по течению}} = 48 \text{ км} : 3 \text{ ч} = 16 \text{ км/ч}.$$

Согласно формуле (20.21), $v_{\text{по течению}} = u + v$, где v - соб-ственная скорость катера, а u = 2 км/ч - скорость течения реки. Тогда получаем следующее очень простое уравнение: 16 = v + 2, отсюла v = 16 - 2 = 14 км/ч.

Ответ: 14 км/ч.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б44.** Скорость теплохода в стоячей воде равна 23 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч. Какой путь пройдет по течению реки теплоход за 5 ч?
- **В43.** Двигаясь по течению реки, расстояние в 72 км теплоход походит за 3 ч, а плот за 18 ч. Какова скорость теплохода при движении против течения?
- **Г13.** Лодка шла по течению реки со скоростью 10 км/ч, а против течения со скоростью 6 км/ч. Найдите скорость течения и собственную скорость лодки.

Задача 20.45. Моторная лодка прошла 96 км по течению реки за 8 ч, а против течения — за 12 ч. За какое время проплывет то же расстояние плот по реке?

Решение. Пусть скорость моторной лодки в стоячей воде v км/ч, а скорость течения реки – u км/ч. Тогда

$$v_{\text{по течению}} = u + v$$
, $v_{\text{против течения}} = v - u$.

По течению лодка двигалась со скоростью u + v и в течение 8 ч прошла путь 96 км, значит:

$$(u + v) = 96:8 = 12.$$

Против течения лодка двигалась со скоростью v-u в течение 12 ч прошла те же 96 км, значит:

$$(v - u) = 96:12 = 8.$$

У нас получилась простая система уравнений:

$$u+v=12, (3)$$

$$v - u = 8. \tag{4}$$

Решим ее методом алгебраического сложения:

$$u + v + v - u = 12 + 8 \rightarrow 2v = 20 \rightarrow v = 10.$$

Подставим это значение в уравнение (3) и найдем u:

$$u + v = 12$$
 $\rightarrow u + 10 = 12$ $\rightarrow u = 12 - 10$ $\rightarrow u = 2$.

Итак, мы нашли скорость течения u = 2 км/ч.

Плот движется со скоростью, равной скорости течения реки, поэтому 96 км плот пройдет за 96:2=48 ч.

Ответ: за 48 ч.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б45.** При движении против течения, скорость которого 1 км/ч, расстояние 119 км теплоход проходит за 7 ч. Какое расстояние за то же время он пройдет, двигаясь по течению?
- **В44.** Расстояние между городами, расположенными на берегах одной и той же реки, равно 720 км. Теплоход, двигаясь по течению, преодолевает это расстояние за 36 ч, а двигаясь против течения за 45 ч. Найдите собственную скорость теплохода.
- **Г14.** Пассажир метро, стоящий на ступеньке эскалатора, поднимается вверх за 3 мин. За сколько минут поднимется пассажир, если будет идти вверх со скоростью 25 м/мин? Длина эскалатора 150 м.

Задачи на работу

Автор: Попробуйте ответить на следующие вопросы:

- 1. За 1 ч экскаватор вынул 100 м³ грунта. Сколько грунта он вынет за 8 ч?
- 2. Рабочий изготовил за 1 ч 12 деталей. Сколько деталей он изготовит за 10 ч?
- 3. Маляр может покрасить за 1 ч 4 м² стены. Сколько квадратных метров стены он сможет покрасить за 5 ч работы?
- 4. Трактор может вспахать за 1 ч поле площадью 2 га. Сколько га трактор вспашет за 20 ч?
- 5. В бак через кран наливается вода. За 1 ч набирается 500 л. Сколько воды наберется за сутки?
- 6. Бригада может отремонтировать за 1 день 40 м дороги. Сколько метров дороги отремонтирует бригада за 30 рабочих дней?
- 7. Грузовик за 1 рейс перевозит 5 т груза. Сколько тонн груза перевезет грузовик за 12 рейсов?
- 8. Курица несет за 1 неделю 4 яйца. Сколько яиц снесут 4 таких курицы за 4 недели?

Читатель:

- 1. Ясно, что за 8 ч экскаватор вынет в 8 раз больше грунта, чем за 1 ч, то есть он вынет $100.8 = 800 \text{ м}^3$ грунта.
- 2. Понятно, что за 10 ч рабочий сделает в 10 раз больше деталей, чем за 1 ч, то есть он сделает $12 \cdot 10 = 120$ деталей.
- 3. Ясно, что за 5 ч маляр покрасит в 5 раз больше, чем за 1 ч, значит, он покрасит $4 \cdot 5 = 20 \text{ м}^2$ стены.
- 4. За 20 ч трактор вспашет в 20 раз больше, чем за 1 ч. Значит, трактор вспашет $2 \cdot 20 = 40$ га.
- 5. В сутках 24 ч. За 24 ч в бак нальется в 24 раза больше воды, чем за 1 ч. То есть в бак нальется $500 \cdot 24 = 12\ 000\ л$ воды.
- 6. Ясно, что за 30 рабочих дней бригада отремонтирует в 30 раз больше метров дороги, чем за один день. Значит, бригада отремонтирует 40.30 = 1200 м дороги.

- 7. Понятно, что за 12 рейсов грузовик перевезет в 12 раз больше груза, чем за один рейс, то есть $5 \cdot 12 = 60$ т груза.
- 8. За 4 недели одна курица снесет в 4 раза больше яиц, чем снесла одна курица за неделю. То есть $4\cdot 4=16$ яиц. Четыре курицы за такое же время снесут в 4 раза больше, чем одна. Значит, 4 курицы за 4 недели снесут $4\cdot 16=64$ яйца.

Автор: Вы совершенно правильно ответили на все поставленные вопросы!

Заметим, что во всех рассмотренных нами случаях за определенное время совершалась определенная работа: экскаватор вынимал грунт, рабочий изготавливал детали, маляр красил стену, трактор вспахивал поле, курица несла яйца и т.д. При этом всякий раз совершаемая работа измерялась в каких-то единицах: в кубометрах грунта, в квадратных метрах покрашенной стены, в гектарах вспаханного поля, в литрах воды, заливаемой в бак, в метрах отремонтированной дороги и т.д.

Кроме того, всякий раз указывалось, какое «количество работы» (кубометров, деталей, тонн груза, снесенных яиц) совершалось в единицу времени (за 1 ч, за 1 день, за 1 рейс, за 1 неделю).

При вычислении всей работы, совершенной за определенное время (8 ч, 30 дней, 12 рейсов, 4 недели) мы умножали «количество работы», совершенной за единицу времени, на время всей работы.

Например, число деталей, изготовленных рабочим за 1 ч, мы умножали на время его работы -8 ч; количество литров, наливаемых в бак за 1 ч на время, в течение которого заполнялся бак -24 ч; массу груза, перевозимого грузовиком за 1 рейс, на число сделанных рейсов и т.д.

Договоримся, что «количество работы», совершаемой в единицу времени, мы будем называть *производительностью труда* или просто *производительностью*.

Например, в случае 1 производительность — это количество кубометров грунта, вынимаемых экскаватором за 1 ч; в случае 2 — это количество деталей, изготавливаемых рабочим за 1 ч; в случае 6 — это число метров дороги, отремонтированных бригадой за 1 день; в случае 8 — это число яиц, снесенных курицей за 1 неделю.

Таким образом, мы приходим к выводу, что справедлива формула:

РАБОТА = ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ · ВРЕМЯ. (20.23)

При решении задач мы будем постоянно пользоваться этой формулой.

Решаем без помощи уравнений

Задача 20.46. Двигатель расходует определенное количество литров бензина в час. Определить:

- 1) сколько бензина израсходует двигатель за 8 ч, если за 1 ч он расходует 5 л;
- 2) сколько бензина расходуется за 1 ч, если за 10 ч двигатель израсходовал 80 л;
- 3) время, за которое двигатель, производительность которого равна 4 л в час, израсходует 100 л бензина?

Решение. В данном случае «работа» – это количество израсходованного бензина, эта «работа» измеряется в литрах.

Производительность в данном случае — это количество литров бензина, которое расходуется за 1 ч, она измеряется в литрах в час (кратко: $\pi/4$).

1. Производительность равна 5 л/ч, время 8 ч. Вычислим «работу»:

РАБОТА = ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ · ВРЕМЯ =
$$5 \text{ л/ч} \cdot 8 \text{ ч} = 40 \text{ л}.$$

2. ВРЕМЯ = 10 ч; РАБОТА = 80 л. Определим ПРОИЗВО-ДИТЕЛЬНОСТЬ. Из формулы (20.23) следует, что поскольку РАБОТА = ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ · ВРЕМЯ,

TO

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ = РАБОТА : ВРЕМЯ. (20.24)В нашем случае:

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ = 80 л : 10 ч = 8 л/ч.

3. ПРОИЗВОЛИТЕЛЬНОСТЬ = 4 л/ч; РАБОТА = 100 л. Из формулы (20.23) следует, что поскольку

РАБОТА = ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ · ВРЕМЯ,

то

ВРЕМЯ = РАБОТА: ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ. (20.25) В нашем случае:

ВРЕМЯ = 100 л : 4 л/ч = 25 ч.

Ответ: 1) 40 л; 2) 8 л/ч; 3) 25 ч.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **A21.** За какое время бассейн объемом 240 м³ наполнится водой, если производительность трубы, через которую вода поступает в бассейн, 60 кубометров в час.
- Б46. За 1 ч работы двигатель расходует 8 л дизельного топлива. До полудня двигатель работал 5 ч, а после полудня 3 ч. Сколько литров дизельного топлива израсходовали за все это время? На сколько больше израсходовали топлива в первой половине дня, чем во второй?
- В45. Токарь вытачивает 240 деталей за 4 дня, а его ученик за 5 дней. На сколько производительность токаря выше производительности его ученика?

Залача 20.47.



За пять недель пират Ерема Способен выпить бочку рома. А у пирата у Емели Уйдёт на это две недели. За сколько дней прикончат ром Пираты, действуя вдвоем?

(В бочке 70 л рома.)



Решение.

Автор: Давайте сначала вычислим «производительность труда» каждого пирата.

Пират Ерёма:

время «работы» = 5 недель = 5.7 дней = 35 дней; «работа» = 70 л;

«производительность труда» = (70 л) : (35 дней) = 2 л/день.

Пират Емеля:

время «работы» = 2 недели = 2.7 дней = 14 дней; «работа» = 70 л;

«производительность труда» = (70 л) : (14 дней) = 5 л/день.

Как Вы считаете, сколько литров рома выпьют оба пирата вместе за 1 день? То есть какова их *общая производительность* труда?

Читатель: Я думаю: 2 + 5 = 7 л/день.

Автор: Верно! Итак, «производительность труда» бригады пиратов равна 7 л/день, а работа осталась всё та же -70 л. Какое же время потребуется на эту «работу»?

Читатель: По-моему, можно воспользоваться формулой (20.25): время = (70 л) : (7 л/день) = 10 дней.

Автор: Совершенно верно!

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б47.** Чтобы покрасить забор площадью 180 м^2 , Тому Сойеру понадобится 6 дней, а Геку Финну 3 дня. За сколько дней они покрасят забор, если станут работать вместе?
- **В46.** Мальчики выкладывали дорожку из кирпичей. Степа работал на 35 мин дольше, чем Петя. Степа выложил 390 кирпичей, а Петя 320. Их производительность одинаковая. Сколько времени работал каждый из мальчиков?
- **В47.** Три землекопа за 2 ч вырыли 36 ям. Сколько ям выроют 6 землекопов за 5 ч?

Составляем алгебраические выражения

Задача 20.48. Производительность экскаватора № 1 x м³/ч; а экскаватора № 2 -y м³/ч (x > y). Запишите выражения:

- 1) общей производительности двух экскаваторов;
- 2) на сколько производительность первого экскаватора больше производительности второго;
- 3) количество грунта, которое вынимает первый экскаватор за 2 ч;
- 4) количество грунта, которое вынимает второй экскаватор за 5 ч;
- 5) количество грунта, которое вынимают два экскаватора за 10 ч совместной работы;
- 6) производительность экскаватора № 1 в 2 раза больше производительности экскаватора № 2;
- 7) за время t ч оба экскаватора, работая вместе, вынули A м³ грунта.

Решение.

- 1. Общая производительность равна сумме производительностей: x + y.
- 2. Производительность первого экскаватора больше производительности второго на x-y.
 - 3. Работа = производительность \times время = $x \cdot 2$.
 - 4. Работа = производительность \times время = $y \cdot 5$.
- 5. Работа = общая производительность \times время = $=(x+y)\cdot 10$;
- 6. Производительность экскаватора № 1 (x) в 2 раза больше производительности экскаватора № 2 (y): x = 2y или x : y = 2.
- 7. Работа (A) равна произведению общей производительность (x+y) и времени (t): $A=(x+y)\cdot t$.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б48.** Ученик каменщика укладывает за $1 \, \text{ч} \, n$ кирпичей, а каменщик за это же время в 5 раз больше. Запишите на математическом языке:
 - а) за 3 ч каменщик и его ученик уложили 360 кирпичей;
- б) ученик работал 3 ч, а каменщик 6 ч, и за это время каменщик уложил на 540 кирпичей больше, чем его ученик;
 - в) число кирпичей, которые уложил каменщик за 3 ч, меньше 350;
 - г) число кирпичей, которые уложил ученик за 3 ч, больше 50.
- **В48.** Первый рабочий в течение первых 2 ч делал по c деталей в час, а в следующие 3 ч по d деталей в час. Второй рабочий выполнил эту же работу за 4 ч, делая в каждый час одинаковое число деталей. Какова производительность второго рабочего?

Решаем задачи с помощью уравнений

Задача 20.49. Работая один, трактор может вспахать поле площадью 120 га за 3 дня, а вместе с другим трактором — за 2 дня. За сколько дней может вспахать поле один второй трактор?

Решение. Производительность 1-го трактора равна
$$(120 \text{ га})$$
: $(3 \text{ дня}) = 40 \text{ га/день}$.

Производительность 2-го трактора нам неизвестна, обозначим её буквой x. Общая производительность двух тракторов равна: (x+40) га/день.

За два дня два трактора, выполнили работу: $(x+40)\cdot 2$. По условию задачи, эта работа составляет 120 га. Получаем уравнение $(x+40)\cdot 2=120$ и решаем его:

$$(x+40) \cdot 2 = 120 \rightarrow x + 40 = 120 : 2 \rightarrow x + 40 = 60 \rightarrow x = 60 - 40 \rightarrow x = 20.$$

Значит, производительность 2-го трактора 20 га/день.

Нам остается узнать, за какое время трактор с производительностью 20 га/день выполнит работу, равную 120 га.

Воспользуемся формулой (20.25):

Ответ: за 6 дней.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б49.** Две бригады, работая вместе, заготовили 1320 т силоса. Ежедневно одна бригада заготовляла 20 т силоса, а другая 35 т. Сколько силоса заготовила каждая бригада?
- **В49.** Один рабочий работал 3 дня, по 7 ч в день, а другой 2 дня, по 8 ч в день. Вместе они изготовили 481 деталь. Сколько деталей изготовил каждый рабочий, если за час они изготовляли деталей поровну?
- **Г15.** Дочь ткет по 3 аршина в день, 4 дня она ткала одна, но затем стала ткать и мать, которая ткет по 5 аршинов в день. Когда их тканья стало поровну, они прекратили работу. Сколько соткали они вдвоем?

Решаем разные задачи с помощью систем уравнений

Системы уравнений вида
$$\begin{cases} x + y = a; \\ x - y = b \end{cases}$$

Задача 20.50. Открытка в конверте стоит 5 руб. Открытка на 4 руб. дороже конверта. Сколько стоит конверт?

Решение. Пусть открытка без конверта стоит x руб., а конверт без открытки — y руб., тогда

$$x + y = 5 \, \delta \acute{o} \acute{a}$$
. = 500 êî ï.; $x - y = 4 \, \delta \acute{o} \acute{a}$. = 400 êî ï.

Мы получили систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} x + y = 500; & (1) \\ x - y = 400. & (2) \end{cases}$$

Решим эту систему методом алгебраического сложения:

$$x + y + x - y = 500 + 400 \rightarrow 2x = 900 \rightarrow x = 450$$
.

Подставим это значение в уравнение (1), получим:

$$450 + y = 500 \rightarrow y = 500 - 450 \rightarrow y = 50$$
.

Значит, открытка стоит 450 коп. или 4 руб. 50 коп., а конверт — 50 коп.

Ответ: 4 руб. 50 коп. и 50 коп.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Б50.** Моторная лодка шла по течению реки со скоростью 16 км/ч, а против течения со скоростью 14 км/ч. Найдите скорость течения реки.
- **Б51.** Найдите два числа, если известно, что одно из них на 48 больше другого, а сумма этих чисел равна 100.
- **B50.** В одной коробке носки голубые, а в другой белые. Голубых носков на 20 пар больше, чем белых, а всего в двух коробках 84 пары носков. Сколько пар носков каждого цвета?

Системы уравнений вида
$$\begin{cases} ax \pm by = c, \\ y = dx \end{cases}$$

Задача 20.51. В баке и ведре 24 л воды. В ведре воды в 3 раза меньше, чем в баке. Сколько литров воды в ведре?

Решение. Пусть в ведре x л воды, а в баке -y л. Тогда по условию задачи x+y=24 и y=3x. Мы получили систему

двух уравнений с двумя неизвестными:
$$\begin{cases} x + y = 24, \\ y = 3x. \end{cases}$$

Решим ее методом подстановки: подставим в первое уравнение значение у из второго уравнения, получим:

$$x + 3x = 24 \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 24 : 4 \rightarrow x = 6$$
.

Ответ: в ведре 6 л воды.

СТОП! Решите самостоятельно:

Б52. Найдите два числа, если известно, что:

- а) одно число в 3 раза меньше другого, а их сумма равна 28;
- б) одно число в 4 раза больше другого, а их разность равна 39.
- **B51.** В двух больших и пяти маленьких бидонах 130 л молока. Сколько молока входит в маленький бидон, если его вместимость в четыре раза меньше вместимости большего?

Системы уравнений вида
$$\begin{cases} x \pm y = a; \\ bx + cy = d \end{cases}$$

Задача 20.52. Решите задачу про животных.

По тропинке вдоль кустов Шло одиннадцать хвостов. Сосчитать я также смог, Что шагало тридцать ног. Это вместе шли куда-то Петухи и поросята.

А теперь вопрос таков: Сколько было петухов? И узнать я был бы рад, Сколько было поросят? Ты сумел найти ответ? До свиданья, всем привет! (H.Разговоров)

Решение. Пусть поросят было x, а петухов было y. Поскольку и у петуха и у поросенка имеется ровно один хвост, то общее количество хвостов равно общему количеству животных, то есть x + y = 11.

Поскольку у поросенка 4 ноги, а у петуха – две, то общее количество ног равно 4x + 2y = 30.

Мы получили два уравнения с двумя неизвестными:

$$x + y = 11,$$
 (1)
 $4x + 2y = 30.$ (2)

Решим эту систему методом подстановки. Из уравнения (1) выражаем x: $x + y = 11 \rightarrow x = 11 - y$. Подставляем это выражение в уравнение (2), получаем:

$$4(11-y) + 2y = 30 \rightarrow 44 - 4y + 2y = 30 \rightarrow -2y = 30 - 44 \rightarrow -2y = -14 \rightarrow y = 7.$$

Тогда x = 11 - y = 11 - 7 = 4. Значит, по тропинке шагали 7 петухов и 4 поросенка.

Ответ: 7 петухов; 4 поросенка.

СТОП! Решите самостоятельно:

B52. В зоопарке живут змеи и ящерицы. Всего у них 18 голов и 32 лапы. Сколько в зоопарке змей и сколько ящериц?

Г16. На чердаке жило несколько пауков и сверчков. Всего у них было 5 голов и 34 лапки. Сколько было пауков и сколько сверчков?

Системы уравнений вида
$$\begin{cases} ax + by = c; \\ bx + ay = d \end{cases}$$

Задача 20.53. У крестьянина было несколько поросят и несколько ягнят. Три поросенка и два ягненка весят 22 кг, а два поросенка и три ягненка – 23 кг. Сколько весит поросенок и сколько ягненок?

Решение. Пусть поросенок весит x кг, а ягненок – y кг. Тогда вес трех поросят и двух ягнят равен

$$3x + 2y = 22,$$
 (1)

а вес двух поросят и трех ягнят равен:

$$2x + 3y = 23. (2)$$

Мы получили два уравнения с двумя неизвестными. Для того чтобы решить эту систему, сложим левые и правые части этих уравнений и приравняем полученные суммы:

$$3x + 2y + 2x + 3y = 22 + 23 \rightarrow 5x + 5y = 45 \rightarrow 5(x + y) = 45 \rightarrow x + y = 9.$$
 (3)

Теперь сделаем теперь следующую «хитрость»: умножим обе части уравнения (3) на 3:

$$x + y = 9 \rightarrow 3(x + y) = 3.9 \rightarrow 3x + 3y = 27.$$
 (4)

А теперь ВЫЧТЕМ из уравнения (4) уравнение (1), получим:

$$3x + 3y - (3x + 2y) = 27 - 22 \rightarrow 3x - 3x + 3y - 2y = 5 \rightarrow y = 5.$$

Значит, ягненок весил 5 кг!

Чтобы найти вес поросенка достаточно подставить вес ягненка в уравнение (3):

$$x + y = 9 \rightarrow x + 5 = 9 \rightarrow x = 9 - 5 \rightarrow x = 4$$
.

Значит, поросенок весил 4 кг.

Ответ: поросенок весил 4 кг, ягненок – 5 кг.

СТОП! Решите самостоятельно:

Г17. Три котенка и два щенка весят 2 кг 600 г, а два котенка и три щенка весят 2 кг 900 г. Сколько весит щенок?

Г18. Пять яблок и три груши весят 810 г, а три яблока и пять груш весят 870 г. Сколько весит одно яблоко? Одна груша?

Задачи про покупки «в складчину»

Задача 20.54. (Старинная задача). Ученики собираются выписать газету. Если они соберут с каждого по 15 коп., то им не хватит 2 руб., а если каждый внесет по 25 коп., то получится лишних 2 руб. Сколько было учеников? Сколько стоит подписка на газету?

Решение. Пусть учеников x человек, а подписка стоит y рублей. Если каждый ученик заплатит по 15 коп., то общая сумма составит $15 \cdot x$ коп., и эта сумма будет меньше стоимости подписки на 2 руб. или на 200 коп. Значит: y-15x=200.

Если каждый ученик заплатит по 25 коп., то собранная сумма будет на 2 руб. или 200 коп. больше, чем стоимость подписки. Значит: 25x - y = 200.

Мы получили систему двух уравнений с двумя неизвест-

ными:
$$\begin{cases} y - 15x = 200, \\ 25x - y = 200. \end{cases}$$
 Решим эту систему методом алгебра-

ического сложения: сложим левые и правые части наших уравнений и приравняем полученные суммы:

$$y-15x+25x-y=200+200 \rightarrow 10x=400 \rightarrow x=40$$
.

Следовательно, было 40 учеников.

Подставим это значение x в первое уравнение системы и найдем y:

$$y-15x = 200 \rightarrow y-15 \cdot 40 = 200 \rightarrow y-600 = 200 \rightarrow y = 200 + 600 \rightarrow y = 800.$$

Значит, подписка стоит 800 коп. или 8 руб.

Ответ: 40 учеников; 8 руб.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **В53.** Старинная задача (Китай, I в.). Сообща покупают вещь. Если каждый человек внесет по 8 (денежных единиц), то избыток равен 3. Если каждый человек внесет по 7, то недостаток равен 4. Определить число людей и стоимость вещи.
- **В54.** Старинная задача (Китай, II в.). Сообща покупают курицу. Если каждый человек внесет по 9 (денежных единиц), то останется 11, если же каждый внесет по 6, то не хватит 16. Найти число людей и стоимость курицы.

Задачи, для решения которых требуется больше двух уравнений

Задача 20.55. Трем братьям вместе 36 лет, а среднему и младшему вместе -19 лет. Средний брат старше младшего на 3 года. Сколько лет каждому брату?

Решение. Пусть младшему брату x лет; среднему – y лет, а старшему – z лет.

Поскольку трем братьям вместе 36 лет, то x + y + z = 36.

Поскольку среднему и младшему 19 лет, то x + y = 19.

Поскольку средний брат старше младшего на 3 года, то y-x=3 .

Мы получили систему TPEX уравнений с ТРЕМЯ неизвестными:

$$\begin{cases} x + y + z = 36, & (1) \\ x + y = 19, & (2) \\ y - x = 3. & (3) \end{cases}$$

Сначала найдем z. Для этого из уравнения (1) вычтем уравнение (2):

$$x + y + z - (x + y) = 36 - 19 \rightarrow x + y - x - y + z = 17 \rightarrow z = 17$$
.

Теперь из уравнений (2) и (3) найдем значение y. Для этого сложим левые и правые части этих уравнений, получим

$$x + y + y - x = 19 + 3 \rightarrow 2y = 22 \rightarrow y = 11$$
.

Нам осталось найти x. Для этого подставим значение y = 11 в уравнение (2):

$$x + y = 19 \rightarrow x + 11 = 19 \rightarrow x = 19 - 11 \rightarrow x = 8$$
.

Ответ: младшему брату -8 лет, среднему -11 лет, старшему -17 лет.

СТОП! Решите самостоятельно:

- **Г19.** Гости спросили: сколько лет исполнилось каждой из трех сестер? Вера ответила, что ей и Наде вместе 28 лет, Наде и Любе вместе 23 года, а всем троим 38 лет. Сколько лет каждой из сестер?
- **Г20.** На XXII Олимпийских играх в Москве (1980 г.) спортсмены СССР получили 195 медалей, из них 126 золотых и бронзовых, 149 золотых и серебряных. Сколько золотых, серебряных и бронзовых медалей в отдельности получили спортсмены СССР?
- **Г21.** Голова рыбы весит столько, сколько хвост и половина туловища, туловище столько, сколько голова и хвост вместе. Хвост весит $1 \, \text{кг.}$ Сколько весит рыба?

Задача 20.56. Три купчихи — Олимпиада Петровна, Виктория Карповна и Поликсена Федоровна — сели пить чай. Олимпиада Петровна и Виктория Карповна выпили вдвоем 11 чашек, Виктория Карповна и Поликсена Федоровна — 15, а Олимпиада Петровна и Поликсена Федоровна — 14. Сколько чашек чая выпили все три купчихи вместе? Сколько чашек чая выпила каждая из них?

Решение. Обозначим буквой O — число чашек, которое выпила Олимпиада Петровна, буквой B — число чашек, которое выпила Виктория Карповна и буквой Π — число чашек, которое выпила Поликсена Федоровна. У нас получается следующая система трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} \hat{I} + \hat{A} = 11; & (1) \\ \hat{A} + \ddot{I} & = 15; & (2) \\ \hat{I} + \ddot{I} & = 14. & (3) \end{cases}$$

Сложим все три уравнения, получим

$$\hat{I} + \hat{A} + \hat{A} + \ddot{I} + \hat{I} + \ddot{I} = 11 + 15 + 14 \rightarrow 2\hat{I} + 2\hat{A} + 2\ddot{I} = 40 \rightarrow 2(\hat{I} + \hat{A} + \ddot{I}) = 40 \rightarrow \hat{I} + \hat{A} + \ddot{I} = 20.$$

Итак, мы получили такое уравнение:

$$O + B + \Pi = 20. \tag{4}$$

Значит, все три купчихи вместе выпили 20 чашек чая. Если подставить в уравнение (4) значение O+B=11 из уравнения (1), получим

$$O + B + \Pi = 20 \rightarrow 11 + \Pi = 20 \rightarrow \Pi = 20 - 11 \rightarrow \Pi = 9$$
.

Значит, Поликсена Федоровна выпила 9 чашек чая. Подставим это значение в уравнение (2), получим:

$$B + \Pi = 15 \rightarrow B + 9 = 15 \rightarrow B = 15 - 9 \rightarrow B = 6$$
.

Значит, Виктория Карповна выпила 6 чашек чая. Теперь подставим значение $\Pi = 9$ в уравнение (3), получим:

$$O + \Pi = 14 \rightarrow O + 9 = 14 \rightarrow O = 14 - 9 \rightarrow O = 5$$
.

Значит, Олимпиада Петровна выпила 5 чашек чая.

Ответ: Поликсена Федоровна выпила 9 чашек чая; Виктория Карповна — 6; Олимпиада Петровна — 5, все вместе -20 чашек.

СТОП! Решите самостоятельно:

- Д1. Старинная задача. Четверо купцов имеют некоторую сумму денег. Известно, что, сложившись без первого, они соберут 90 руб.; сложившись без второго 85 руб.; сложившись без третьего 80 руб.; сложившись без четвертого 75 руб. Сколько денег было у каждого купца?
- **Д2.** Аня и Таня вместе весят 40 кг, Таня и Маня 50 кг, Маня и Ваня 90 кг, Ваня и Даня 100 кг. Даня и Аня 60 кг. Сколько весят все дети вместе? Сколько весит каждый в отдельности?

Ж ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Задачи очень легкие

- **A22**. Задумали число, прибавили к нему 8 и получили 33. Какое число задумали?
- **A23**. В корзине было несколько грибов. После того, как в нее положили еще 27 грибов, их стало 75. Сколько грибов было в корзине?
- **A24**. Николай задумал число, умножил его на 2 и получил 30. Какое число задумал Николай?
- **A25**. Я задумал число. Если его разделить на -1, а потом от частного отнять 2, то получится 7. Какое число я задумал?
- **A26**. У Коли в коллекции m марок, ау Саши на 7 марок больше. Сколько марок у обоих мальчиков вместе?
- **А27**. В двух коробках 27 карандашей, причем в одной из них на 5 карандашей больше, чем в другой. Сколько карандашей в каждой коробке?
- **A28**. Маршрут в 28 км туристы прошли за 2 дня, причем в первый день на 10 км меньше, чем во второй. Сколько прошли туристы в первый день?
- **A29**. Через 9 лет Вите исполнится 20 лет. Сколько лет ему сейчас?
- **A30**. Цена слив x руб. за 1 кг, а алычи на 7 руб. дешевле. Запишите на математическом языке:
 - а) стоимость 2 кг слив и 6 кг алычи составляет 54 руб.;
 - б) за 6 кг алычи заплатили на 6 руб. больше, чем за 2 кг слив;
 - в) стоимость 2 кг слив больше 20 руб.;
 - г) стоимость 6 кг алычи меньше 40 руб.
- **А31**. У Светы 240 руб. Именно столько стоят 4 марки или 5 конвертов. На сколько конверт дешевле марки?
- **А32**. Для транспортировки нефти нужно было 35 цистерн емкостью 60 м^3 каждая. Однако на железной дороге оказались только цистерны емкостью 70 м^3 . Сколько таких цистерн потребуется для транспортировки нефти?

- **А33**. Для перевозки 35 т угля выделили несколько грузовиков. На каждый грузовик погрузили по 4 т угля, после чего осталось перевести еще 7 т угля. Сколько машин было выделено?
- **A34**. В мешке 20 кг крупы. После того как крупой наполнили несколько пакетов по 3 кг, в мешке осталось 5 кг. Сколько пакетов наполнили мукой?
- **А35**. Сторону квадрата увеличили в 3 раза. Во сколько раз: а) увеличился его периметр; б) увеличилась его площадь?
- **А36**. Длина линии ABCD равна 7 дм 2 см. Каждый из отрезков AB и CD имеет длину 2 дм 3 см. Найдите длину отрезка BC.
- **А37**. Чему равна сторона квадрата, если его периметр равен 240 см?
- **А38**. Комната имеет форму прямоугольника со сторонами a и b метров. Ширина проема двери равна 1 м. Сделайте рисунок и составьте формулу для вычисления длины плинтуса L, который укладывают вдоль стен комнаты. Вычислите длину плинтуса, который требуется для комнаты, если: 1) a=6 м, b=3 м; 2) a=4 м; b=5 м.
- **А39**. Патрульный милицейский вертолет во время наблюдения за движением транспорта летел вдоль шоссе 16 мин, а затем увеличил скорость и летел еще 34 мин в том же направлении. Какой длины участок шоссе облетел за это время вертолет, если его скорость вначале была 1200 м/мин, а затем 1500 м/мин?
- **А40**. Автомобиль проехал расстояние 120 км, двигаясь со скоростью 40 км/ч. С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы за то же время проехать $150 \, \mathrm{km}$?
- **А41**. Лиса пробежала расстояние 200 м за 10 с. Какое расстояние пробежит лиса за 15 с, если будет бежать с той же скоростью?
- **A42**. Самолет, двигался со скоростью 600 м/c в течение 30 с. С какой скоростью должен лететь самолет, чтобы преодолеть то же расстояние за 45 c?
- **А43**. Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч . На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 часа после отправления?

- **А44.** Велосипедист и мотоциклист выехали одновременно из одного пункта в одном направлении. Скорость мотоциклиста 40 км/ч, а велосипедиста 12 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 84 км?
- **А45**. Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми равно 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, у другого 4 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
- **А46**. Собственная скорость катера 18 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. С какой скоростью будет катер идти по озеру? С какой скоростью катер будет идти по течению реки? С какой скоростью катер будет двигаться против течения реки?
- **A47**. За 3 ч работы один экскаватор вынул 555 м³ грунта. Сколько кубических метров земли вынет второй экскаватор за 4 ч, если в час он вынимает на 15 м^3 больше, чем первый?
- **А48**. Бассейн объемом 240 м³ наполняется одной трубой за 4 ч, а второй за 5 ч. На сколько пропускная способность первой трубы больше пропускной способности второй трубы?

Задачи легкие

- **Б53**. Число y: а) умножили на 4 и к произведению прибавили 52; б) умножили на 52 и к результату прибавили 4; в) разделили на 2 и из частного вычли 6; г) вычли 2 и разность разделили на 6. Запишите полученное число.
- **Б54**. На первой остановке в пустой автобус вошли несколько человек. На второй остановке вошли 12 человек, на третьей вышли 8 человек, после чего в автобусе осталось 17 человек. Сколько человек вошли в автобус на первой остановке?
- **Б55**. Если к утроенному задуманному числу прибавить 15, то получится 177. Какое число задумано?
- **Б56**. Задумали число, прибавили 18, результат умножили на 3 и получили –51. Какое число задумали?
- **Б57**. В двух ящиках было 96 кг сахара. Когда из одного ящика взяли 12 кг, а из другого 20 кг, сахара в ящиках осталось поровну. Сколько кг сахара было в каждом ящике?

- **Б58**. В булочную привезли 654 кг черного и белого хлеба. После того, как продали 215 кг черного и 287 кг белого хлеба, того и другого сорта осталось поровну. Сколько черного и белого хлеба в отдельности завезли в магазин?
- **Б59**. У брата и сестры вместе было 46 марок. Брат отдал сестре 3 марки, и марок у них стало поровну. Сколько марок было у каждого первоначально?
- **Б60**. У кассира в метро в двух мешках 250 телефонных жетонов. Если из одного мешка переложить 25 жетонов, количества жетонов в мешах сравняются. Сколько жетонов в каждом мешке?
- **Б61**. В школу привезли 690 столов и стульев. Стульев было на 230 больше, чем столов. Сколько столов и стульев в отдельности привезли в школу?
- **Б62**. Кусок полотна в 124 м надо разрезать на две части так, чтобы длина одной части была на 12 м больше, чем другой. По сколько метров полотна будет в каждой части?
- **Б63**. Сумма трех слагаемых равна 13731. Одно из них 6485, второе на 4163 меньше. Найдите третье слагаемое.
- **Б64**. В первом классе 42 ученика, во втором на 3 ученика меньше, чем в третьем. Сколько учеников в третьем классе, если всего в этих трех классах 125 учеников?
- **Б65**. У хозяйки было 16 уток и утят. Уток было в 3 раза меньше, чем утят. Сколько утят было у хозяйки?
- **Б66**. Мама в 6 раз старше сына, а сын на 25 лет младше мамы. Сколько лет маме?
- **Б67**. Составьте выражение для ответа на вопрос задачи: на сколько больше потребуется 2-литровых банок, чем 3-литровых, чтобы разлить в них x литров компота?
- **Б68**. Периметр треугольника ABC равен 64 см. Сторона AB меньше стороны AC на 7 см, но больше стороны BC на 12 см. Найдите длину каждой стороны треугольника ABC.
- **Б69**. Спортсменов сначала построили в колонну по 6 человек, а затем переставили по 4 человека. При этом число рядов увеличилось на 2. Сколько было спортсменов?
- **Б70**. От туристского лагеря до города 84 км. Турист ехал на велосипеде из лагеря в город со скоростью 12 км/ч. А возвращался по

- той же дороге со скоростью 14 км/ч. На какой путь турист потратил больше времени и на сколько часов?
- **Б71**. Длина беговой дорожки вокруг поля стадиона 400 м. За 6 мин 40 с Андрей пробежал 4 круга, а Николай 5 кругов. На сколько метров в секунду скорость Николая больше скорости Андрея?
- **Б72**. Машина в первый день проехала 513 км за 9 ч. Во второй день машина находилась в пути 7 часов и ехала с прежней скоростью. Сколько километров проехала машина за два дня?
- **Б73**. Велосипедист ехал первые 2 ч со скоростью u км/ч, а следующие 3 ч со скоростью v км/ч. Мотоциклист, двигаясь с постоянной скоростью, проехал это же расстояние за 4 ч. Какова скорость мотоциклиста?
- **Б74.** Средняя скорость автомобиля на трассе v км/ч, а на проселочной дороге в 3 раза меньше. Запишите на математическом языке: а) за 2 ч езды по трассе автомобиль проехал более 100 км; б) за 4 ч по проселочной дороге автомобиль проехал менее 150 км.
- **Б75**. Расстояние между двумя селами 18 км. Из них выехали в противоположных направлениях два велосипедиста. Один проезжает в час t км, а другой n км. Какое расстояние будет между ними через 4 ч?
- **Б76**. На соревнованиях по биатлону одновременно стартовали два лыжника: первый со скоростью 320 м/мин; а второй со скоростью 300 м/мин. Мишени находятся на расстоянии 8 км от старта. На каком расстоянии от мишеней будет находиться второй лыжник в момент прибытия туда первого лыжника?
- **Б77**. Из деревни вышел пешеход, а через 2 ч в том же направлении выехал велосипедист. Скорость велосипедиста 10 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч. Через сколько часов велосипедист догонит пешехода?
- **Б78**. Два мотоциклиста выехали навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми 232 км. Скорость одного из мотоциклистов 62 км/ч, а скорость второго 54 км/ч. Через сколько часов мотоциклисты встретятся?
- **Б79**. Бак, вмещающий 120 000 л, через один кран можно заполнить за 20 ч, а через другой за 30 ч. За какое время заполнится бак, если включить оба крана?

- **Б80**. Маляр за 1 ч может окрасить 4 м^2 ограды, а его ученик только 3 м^2 . 1) Какую площадь они смогут окрасить за 3 ч совместной работы? 2) За какое время они могут окрасить 28 м^2 такой ограды, работая одновременно?
- **Б81**. Первая бригада может отремонтировать 1800 м дороги за 90 дней, а вторая за 45 дней. За сколько дней будет закончен ремонт этой дороги, если две бригады будут действовать совместно?
- **Б82**. Одной бригаде трактористов, чтобы вспахать 180 га требуется 2 дня, а другой -3 дня. За какое время эти бригады смогут вспахать 300 га, работая одновременно?
- **Б83**. Столяр и его помощник должны сделать 217 рам. Столяр в день делает 18 рам, а его помощник 13. Сколько рам им останется сделать после: а) двух дней работы; б) четырех дней работы; в) семи дней работы?
- **Б84**. Один грузовик перевозит n т груза за 6 рейсов, а другой m т за 9 рейсов. За сколько рейсов, работая вместе, оба грузовика могут перевезти a т груза?
- **Б85**. В школьной спортивной олимпиаде участвовало 124 человека, из них мальчиков на 32 больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в олимпиаде?
- **Б86**. Бутылка масла стоит 10 руб. Масло на 9 руб. дороже бутылки. Сколько стоит масло?
- **Б87**. В хозяйстве под картофель занята площадь в 3 раза большая, чем под капусту. Под капусту занято на 36 га меньше, чем под картофель. Какая площадь занята под картофель?
- **Б88**. В компот положили 18 яблок и слив, причем слив в 2 раза больше, чем яблок. Сколько яблок положили в компот?
- **Б89**. Одно число больше другого в 5 раз, а сумма их равна 42. Найдите эти числа.

Задачи средней трудности

B55. Задумали число, разделили его на 4, к результату прибавили 8 и сумму умножили на –2. Получилось 12. Какое число задумали?

- **B56**. Один слон весит столько же, сколько один носорог и еще 500 кг. Десять носорогов весят 5 тонн и ещё 2 носорога. Сколько весит слон?
- **В57**. Отец разделил поровну орехи между тремя детьми. Когда они съели по 4 ореха, у них осталось вместе столько орехов, сколько получил каждый. Сколько орехов отец дал каждому ребенку?
- **B58**. В одной силосной яме 110 т силоса, а в другой 130 т. После того как из второй ямы взяли силоса в 2 раза больше, чем из первой, в первой оказалось на 5 т больше, чем во второй. Сколько тонн силоса взяли из каждой ямы?
- **B59**. В двух магазинах было 452 холодильника. После того как оба магазина продали холодильников поровну, в одном осталось 72, а в другом 84 холодильника. Сколько холодильников было в каждом магазине первоначально?
- **В60**. В одном детском саду было в 3 раза больше детей, чем в другом. Когда из первого класса перевели во второй 10 детей, то детей в детских садах стало поровну. Сколько детей было во втором детском саду сначала?
- **В61**. Для участия в эстафете ребята разделились на 2 команды. Чтобы участников эстафеты в командах было поровну, учитель перевел 3 человека из одной команды в другую. На сколько человек первоначально было больше в одной команде, чем в другой?
- **B62**. В двух библиотеках 2280 книг. Когда первая библиотека передала второй 180 книг, во второй библиотеке оказалось книг в 2 раза больше, чем в первой. Сколько книг было первоначально в каждой библиотеке?
- **В63**. На уроке физкультуры ребята разделились на 3 команды. Учитель, чтобы уравнять число ребят в командах, перевел одного игрока из первой команды во вторую и двух игроков из второй команды в третью. Теперь игроков в командах стало поровну. Сколько игроков было в каждой команде первоначально, если на уроке присутствовало 33 ученика?
- **B64**. Задача Бхаскары. Некто сказал другу: «Дай мне 100 рупий и я буду вдвое богаче тебя». Друг ответил: «Дай ты мне только 10 и я стану в 6 раз богаче тебя». Сколько было у каждого?

- **В65**. Свитер, шапку и шарф связали из 1 кг 200 г шерсти. На шарф потребовалось на 100 г больше, чем на шапку и на 400 г меньше, чем на свитер. Сколько шерсти израсходовали на каждую вешь?
- **В66**. Между городами A и B расстояние 331 км. На пути из A в B есть город C, расстояние от которого до города A на 17 км больше, чем до города B. Найдите расстояния от города A до C и от B до C.
- **В67**. В трех поселках живут 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом. А в третьем на 500 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей во втором поселке?
- **B68**. Мост длиной 324 м имеет четыре пролета, из которых два в два раза короче других, имеющих одинаковую длину. Определите длины пролетов моста.
- **B69**. Возраст младшей сестры на 5 лет меньше возраста средней и в 5 раз меньше возраста старшей. Сколько лет каждой сестре, если вместе им 19 лет?
- **B70**. На 210 руб. купили 4 тетради, книгу, которая в 9 раз дороже тетради и альбом, который на 10 руб. дешевле книги. Сколько стоит одна тетрадь, книга и альбом в отдельности?
- **В71**. К Новому году родители двух пятых классов купили для детей подарки. Для 5А подарки стоили 16800 руб., а для 5Б 19040 руб. В 5А на 4 человека больше, чем в 5Б. Цена подарков одинакова. Сколько учащихся в каждом классе?
- **B72**. Три большие и две маленькие коробки конфет дороже двух больших и трех маленьких коробок конфет на 30 руб. Сколько стоит большая коробка конфет, если она в 2 раза дороже маленькой?
- **В73**. Ученикам класса раздали d карандашей. При этом каждому досталось по 3 простых и по 4 цветных карандаша. Сколько было роздано простых карандашей?
- **B74**. Из 29 коробок часть содержит по 14 кг конфет, а часть по 15 кг. Сколько тех и других коробок, если общая масса конфет в коробках обоих типов одинакова?
- **B75**. Сумма цифр двузначного числа равна 12, а произведение 35. Чему равно число?

- **B76**. К двузначному числу приписали цифру 5 сначала слева, а потом справа получили два трехзначных числа, разность которых равна 234. Найдите двузначное число.
- **В77**. К двузначному числу приписали цифру 1 сначала слева, а потом справа получили два трехзначных числа, сумма которых равна 926. Найдите двузначное число.
- **B78**. Прямоугольный газон обнесен изгородью, длина которой 30м. Площадь газона 56 м 2 . Найдите длины сторон газона, если известно, что они выражаются натуральными числами.
- **B79**. Одну из сторон квадрата увеличили на 10 см, а другую уменьшили на 5 см. На сколько увеличилась площадь фигуры, если сторона квадрата была равна 20 см?
- **B80**. Длина аквариума x дм, ширина в 2 раза меньше, а высота на 3 дм меньше длины. Сколько воды потребуется налить в аквариум, если уровень воды должен быть ниже верхнего края аквариума на 1 дм?
- **В81**. В 9 часов утра из поселка выехал автобус со скоростью 56 км/ч, а через час из того же поселка, но в противоположном направлении, выехал автомобиль со скоростью 72 км/ч. На каком расстоянии друг от друга окажутся автомобиль и автобус в полдень?
- **B82**. «Ну погоди!» зарычал Волк, заметив в 300 м Зайца, и бросился за ним, когда тому оставалось до укрытия 240 м. Догонит ли Волк Зайца, если он пробегает за секунду 20 м, а Заяц 10 м?
- **В83**. Полицейский преследует нарушителя. За 8 мин расстояние между ними сократилось на x м. Сейчас между ними s м. Через сколько времени полицейский догонит нарушителя?
- **В84**. Из деревни в город вышел пешеход со скоростью 80 м/мин. Через 20 мин вслед за пешеходом выехал велосипедист, который догнал пешехода уже через 10 мин. С какой скоростью ехал велосипелист?
- **B85**. Некий юноша пошел из Москвы в Вологду. Он проходит в день по 40 верст. Через день вслед за ним был послан другой юноша, проходивший в день по 45 верст. На каком расстоянии от Москвы второй юноша догонит первого?

- **В86**. Прохожий заметил идущий впереди автобус в 180 м позади себя. Чтобы не опоздать, он побежал и через 12 с прибежал на остановку одновременно с автобусом. С какой скоростью пришлось бежать прохожему, если известно, что автобус движется со скоростью 23 м/с?
- **В87**. Расстояние 180 км легковой автомобиль может преодолеть за 2 ч, а грузовому автомобилю требуется 3 ч. Через какое время они смогут встретиться, если выедут одновременно навстречу друг другу из пунктов, расстояние между которыми 300 км?
- **B88**. От Москвы до Курска 537 км. Из Москвы в Курск вышел поезд со скоростью 60 км/ч и через 6 ч, в 20 ч 55 мин, встретил на промежуточной станции пришедший в это же время поезд, который вышел из Курска в Москву в 17 ч 55 мин. Какова скорость второго поезда?
- **В89**. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 96 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч. Какова скорость второго велосипедиста, если велосипедисты встретились через 3 ч? Какое расстояние будет между ними через 2 ч после встречи?
- **B90**. Скорость течения реки 2 км/ч. На сколько километров в час скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения? Зависит ли ответ от собственной скорости лодки?
- **В91**. Два теплохода движутся по реке навстречу друг другу. Первый теплоход имеет собственную скорость 26 км/ч и плывет по течению реки, а второй собственную скорость 32 км/ч и плывет против течения реки. Сейчас между ними 144 км. Какое расстояние будет между ними через час? Через какое время произойдет встреча?
- **B92**. Колонна автобусов с детьми длиной 1000 м двигалась по шоссе со скоростью 20 м/с. Автоинспектору, машина которого замыкала колонну, понадобилось подъехать к головному автобусу. Сколько минут уйдет у инспектора на путь туда и обратно, если он будет ехать со скоростью 30 м/с?
- **В93**. Бассейн наполняется через две трубы. Первая труба работала 2 ч с производительностью k м 3 /ч, а вторая -3 ч с производительностью p м 3 /ч. Всю налитую воду спустили через третью трубу за 4 часа. Какова ее производительность?

- **В94**. По плану бригада из 13 рабочих должна была изготовить 1248 деталей за 10 ч. Благодаря уменьшению потерь рабочего времени бригада выполнила задание на 2 ч раньше. Сколько деталей изготавливает в час каждый рабочий?
- **В95**. Три ручки и два карандаша стоят 170 руб., а три ручки и три карандаша стоят 180 руб. Сколько стоит одна ручка и один карандаш?
- **В96**. Десяти собакам и кошкам скормили 56 галет. Каждой собаке досталось 6 галет, а каждой кошке 5. Сколько было собак и сколько кошек?
- **В97**. Масса двух плиток шоколада большой и маленькой 120~ г, а трех больших плиток и двух маленьких 320~ г. Какова масса каждой плитки?
- **B98**. Сумму в 74 руб. заплатили девятнадцатью монетами по 2 и 5 руб. Сколько было монет по 2 руб.?
- **В99**. Одно число в 7 раз меньше другого, а их разность равна 54. Найдите эти числа.
- **B100**. У пятнадцати треугольников и четырехугольников 53 угла. Сколько треугольников и четырехугольников в отдельности?
- **B101**. В вольере сидят фазаны и кролики. Всего у них 12 голов и 34 ноги. Сколько фазанов и сколько кроликов в вольере?
- **В102**. У причала находилось 6 лодок, часть из которых была двухместными, а часть техместными. Всего в эти лодки может поместиться 14 человек. Сколько двухместных и сколько трехместных лодок стоит у причала?
- **B103**. На солнышке грелись кошка и несколько котят. У всех у них лап на 24 больше, чем хвостов. Сколько котят было у кошки?
- **B104**. Чтобы сварить яйцо всмятку, мама держит его 2 мин в кипящей воде. Сколько минут потребуется, чтобы сварить всмятку 8 яиц?
- **B105.** Квадрат называют магическим, если суммы чисел в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и по каждой диагонали равны. Заполните магический квадрат.

2	9		307	97

	5			337	
6		8	577		367

Задачи трудные

- **Г22**. У Вити было на 400 руб. больше, чем у Маши. Когда Витя потратил половину своих денег, у него стало на 2000 руб. меньше, чем у Маши. Сколько денег было у Вити и Маши первоначально?
- **Г23**. На одной полке 42 книги, а на другой 34. Со второй полки сняли несколько книг, а с первой столько, сколько осталось на второй. После этого на первой полке осталось 12 книг. Сколько книг сняли со второй полки?
- **Г24**. В будущем (1892) году думаю провести в Петербурге столько минут, сколько часов я проведу в деревне. Сколько времени я проведу в Петербурге? (Время на переезды не учитывается).
- **Г25**. Тетушке Маше на 3 года меньше, чем Саше вместе его ровесником Пашей. Сколько лет было Саше в то время, когда тетушке Маше было столько, сколько сейчас Паше?
- Γ 26. Отцу 32 года, сыну 5 лет. Через сколько лет отец будет в 10 раз старше сына?
- **Г27**. Для отправки детей в лагерь было заказано несколько автобусов. В них поровну рассадили 270 детей. Кроме детей в каждый автобус сели по двое взрослых. Сколько было автобусов, если в каждом находилось 47 пассажиров?
- **Г28**. На пароходе 240 пассажиров расселили в одноместные, двуместные и трехместные каюты так, что в каютах не осталось свободных мест. Всего было занято 108 кают, причем одноместных кают было в 2 раза больше, чем трехместных. Сколько кают каждого типа было на теплоходе?
- **Г29**. Найдите трехзначное число, цифра десятков которого равна 5 и которое при перестановке цифры сотен с цифрой единиц уменьшается на 594.
- **Г30**. Если искомое число разделить на наименьшее двузначное число, к результату прибавить наибольшее двузначное число и в сумме убрать последнюю цифру 6, то получится 12. Найдите это число.

- **Г31**. К двузначному числу приписали цифру 6 сначала слева, а потом справа получили два трехзначных числа, разность которых равна 162. Найдите двузначное число.
- **Г32**. Оле было задано пятизначное число. К этому числу она должна была прибавить 200 000 и полученную сумму умножить на 3. Вместо этого Оля приписала к этому числу цифру 2 и получила верный результат. Какое число было дано Оле?
- Γ 33. На чемпионате по футболу очки начисляют следующим образом: за победу дают 3 очка, за ничью -1 очко, за поражение 0 очков. Команда сыграла 8 игр и получила 20 очков. Сколько у нее побед, поражений и сколько игр сыграно вничью?
- **Г34**. Теплоход «Ракета» идет по реке со скоростью 55 км/ч. Впереди теплохода идет баржа со скоростью 25 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 8 ч, если сейчас баржа впереди теплохода на 50 км?
- **Г35**. Миша и Андрей побежали навстречу друг другу, когда расстояние между ними было 180 м, и встретились через 15 с. До встречи Миша пробежал на 30 м больше, чем Алеша. С какой скоростью бежал каждый из них?
- **Г36**. От пристани A вниз по течению реки отправился катер. В это же время от пристани B навстречу ему вышел второй катер с такой же собственной скоростью. Первый катер достиг пристани B через 4 часа. На каком расстоянии от пристани A был в это время второй катер, если скорость течения реки 2 км/ч?
- Г37. Некий господин позвал плотника и велел двор поставить. Дал ему 20 человек работников и спросил, в сколько дней построят они его двор? Плотник ответил: в тридцать дней. А господину надобно в 5 дней построить, и ради того спросил он плотника: сколько человек тебе надо иметь, дабы с ними ты построил двор в 5 дней; и плотник, недоумевая, спрашивает тебя, арифметик: сколько человек ему надо иметь, чтобы построить тот двор в 5 дней?
- **Г38**. Четыре гусеничных и два колесных трактора вспахали 16 га. Сколько гектаров за это время вспахал один колесный трактор если он заменяет два гусеничных трактора?
- Γ 39. На железной дороге работало 3 артели рабочих; в первой было 27 рабочих, во второй 32, в третьей 15. Первая артель ра-

- ботала 20 дней; вторая 18; третья 16. Все три артели получили за работу 4068 руб. Сколько рублей придется получить каждой артели?
- **Г40**. Ученик взялся решить 40 задач. За каждую верно решенную задачу ему засчитывается 3 очка, а за нерешенную задачу вычеркивается 5 очков. При подсчете оказалось, что у ученика нет ни одного очка. Сколько задач он решил верно?
- **Г41**. Алеша и Боря вместе весят 82 кг, Алеша и Вова 82 кг, Боря и Вова 86 кг. Сколько весят вместе Алеша, Боря и Вова?
- **Г42**. Ящерица Киндзя приобрела на рынке фрукты трех сортов: пельсианы, рангаты и кабриосы. За покупку Киндзя заплатила 1780 юке. Определите стоимость экзотических фруктов каждого вида, если пельсианы и рангаты стоили вместе 1250 юке, а кабриосы и пельсианы 1084 юке.
- **Г43**. В школе равное число девочек и мальчиков. Я принес 234 ореха и каждому мальчику досталось по 5 орехов, каждой девочке по 4 ореха. Но девочки обиделись, и в другой раз я принес столько орехов, что всем досталось по 6. Сколько орехов я принес?
- **Г44**. В классе послушных девочек столько же сколько непослушных мальчиков. Кого в классе больше: послушных детей или мальчиков?
- **Г45**. Петя предложил Маше отгадать два двузначных числа, которые он задумал. Первое число делится на 7, второе делится на 3 и дополняет первое до 100, Маша сказала, что таких пар несколько. Какие пары отыскала Маша?
- **Г46**. Саша получил в школе пять двоек по пяти предметам. Дома после такого печального события Саша занимался очень усердно, и у него возникла забавная мысль: нельзя ли из этих пяти двоек составить все школьные оценки?

Задачи очень трудные

Д3. Мне теперь вдвое больше лет, чем было тогда, когда мой брат был в моем возрасте. Когда мне будет столько же лет, сколько сейчас моему брату, то нам вместе будет 98 лет. Сколько лет каждому?

- **Д4.** Найдите четырехзначное число, сумма цифр которого равна 15, а произведение 36.
- **Д5.** Поезд длиной 450 м проходит мост за 35 с, а мимо дежурного по станции за 15 с. Найдите скорость поезда и длину моста.
- **Д6.** Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 мин. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 мин до звонка. Если вернется домой за ручкой, то идя с той же скоростью, опоздает на 7 мин. Какую часть пути он прошел до того, как вспомнил о ручке? (Временем, необходимым для того, чтобы зайти в дом и взять ручку, пренебречь.)
- Д7. Автотурист отправился в путешествие с одни запасным колесом. По дороге он менял колеса с таким расчетом, чтобы каждое колесо проехало один и тот же путь. Определите: а) сколько километров проехало каждое колесо, если автомобиль проехал 4000 км? б) сколько километров проехал автомобиль, если каждое из пяти колес поехало 4000 км?
- **Д8.** Я дал одному ученику 3 ореха, а всем остальным по 5. Если бы я дал всем по 4 ореха, у меня осталось бы 15. Сколько было орехов?
- **Д9.** Запишите каждое натуральное число от 6 до 26 с помощью 5 двоек.
- **Д10**. Кузнечик прыгает по прямой большими прыжками по 12 см и малыми прыжками по 7 см. Сможет ли кузнечик из первой точки прямой попасть в другую, если расстояние между ними 3 см?
- **Д11.** Из села в город вышел пешеход. Одновременно с ним из города в село выехал велосипедист. Пешеход пришел в город через 6 ч, а велосипедист приехал в село через 3 ч. Через сколько часов после начала движения они встретились?
 - Д12. Один сапфир и два топаза Ценней чем изумруд в три раза. А семь сапфиров и топаз Его ценнее в восемь раз. Определить прошу я вас: Сапфир ценнее иль топаз?

- **Д13**. Из пункта A в пункт B отправили плот по реке. Одновременно с ним из B в A вышел катер, который прибыл в A через 5 ч. Через сколько часов катер встретил плот, если плот прибыл в B через 20 ч после начала движения?
- Д14. Два охотника одновременно отправились навстречу друг другу из двух деревень, расстояние между которыми 18 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй 4 км/ч. Первый охотник взял с собой собаку, которая бежала со скоростью 8 км/ч. Собака сразу же побежала навстречу второму охотнику, встретила его, повернула и с той же скоростью побежала навстречу своему хозяину. Встретила его, повернула и побежала навстречу второму охотнику и т.д. Так она бегала от одного охотника к другому, пока те не встретились. Сколько километров пробежала собака?
- **Д15**. Саша любит решать трудные задачи. Он рассказал, что за 4 дня смог решить 23 задачи. В каждый следующий день он решал задач больше, чем в предыдущий, и в четвертый день решил вчетверо больше задач, чем в первый. Сколько задач решил Саша в каждый из этих четырех дней?
- **Д16**. Трое рабочих сделали 105 тумбочек. Первый рабочий сделал в 2 раза больше тумбочек, чем второй и третий вместе, а второй рабочий на 5 больше, чем третий. Сколько тумбочек сделал каждый?
- Д17. Девять чисел заключены в таблицу, состоящую из трех строк и трех столбцов. Складывая числа первой строки, ученик получил сумму 818, числа второй строки, по его подсчетам, дали в сумме 819, а сумма чисел третьей строки 917. Проделав те же вычисления для столбцов, ученик получил суммы: 1185; 722 и 748. Правильны ли его вычисления?
- **Д18**. Дачник прошел от своей дачи на станцию как раз к отходу электрички. Если бы он на каждый километр тратил на 3 мин меньше, то пришел бы на 12 мин раньше. Далеко ли от станции живет дачник?

