



Заочный физико-математический лицей
«Авангард»

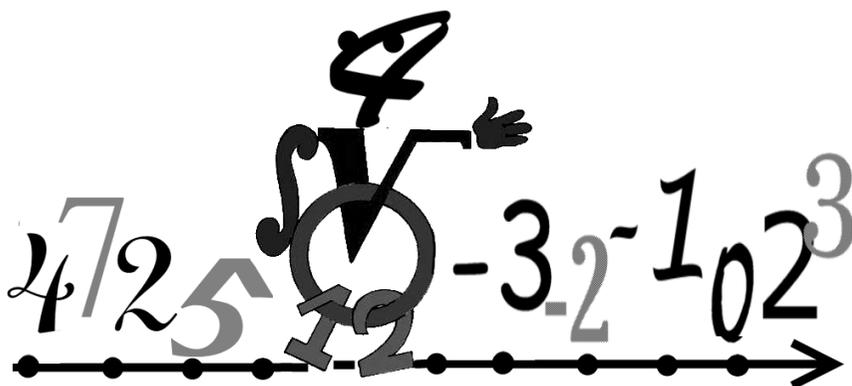
Е. Н. Филатов

АЛГЕБРА

7

Экспериментальный учебник

Часть 2



МОСКВА – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАБАВНЫЕ ЗАДАЧИ

§ 10. Составляем из цифр числа 4

§ 11. Разгадываем математические ребусы 9

ОДНОЧЛЕНЫ, МНОГОЧЛЕНЫ, СТЕПЕНИ

§ 12. Одночлены 27

§ 13. Многочлены 49

§ 14. Целая степень целого числа 89

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

§ 15. Квадрат суммы и квадрат разности 158

§ 16. Разность квадратов 184

§ 17. Выделение полного квадрата 204

§ 18. Куб суммы и куб разности 211

§ 19. Сумма кубов и разность кубов 218

§ 20. Как представить в виде произведения
 $a^n - b^n$ и $a^n + b^n$ 230

§ 21. Разные задачи на применение формул
сокращенного умножения 235

ПОДСКАЗКИ 240

ОТВЕТЫ 254



ЗАБАВНЫЕ ЗАДАЧИ

§ 11. РАЗГАДЫВАЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РЕБУСЫ

В этом параграфе мы научимся решать задачи, в которых требуется восстановить пропущенные цифры в примерах на сложение и умножение. Такие задачи называются *математическими ребусами*.

Сбежали цифры

Задача 11.1. Восстановите запись: $4? + ??2 = ??01$. Вопросительный знак может обозначать любую цифру.

Решение. Вместо вопросительных знаков необходимо подставить такие цифры, чтобы получилось верное равенство. Перепишем наш пример на сложение «в столбик»:

$$\begin{array}{r} 4? \\ + \quad ??2 \\ \hline ??01 \end{array}$$

Будем рассуждать логически.

1. В разряде единиц мы к некоторому числу (?) прибавляем 2 и получаем 1. Как это может быть? Тут только один вариант: $9 + 2 = 11$. Пишем 1 в разряд единиц и 1 запоминаем: единицу мы должны прибавить в разряде десятков. Получаем:

$$\begin{array}{r} 49 \\ + \quad ??2 \\ \hline ??01 \end{array}$$

2. В разряде десятков у нас получается: $1 + 4 + ? = 0$. Это возможно только если $? = 5$: $1 + 4 + 5 = 10$. Ноль пишем в сумме в разряде десятков, а 1 прибавляем в разряде сотен, получаем:

$$\begin{array}{r} 49 \\ + \quad ?52 \\ \hline ??01 \end{array}$$

3. Теперь заметим: к двухзначному числу мы прибавили трехзначное и получили четырехзначное. Такое возможно только если у второго слагаемого в разряде сотен стоит 9. А раз так, то задача решена:

$$\begin{array}{r} 49 \\ + \quad 952 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Ответ: $49 + 952 = 1001$.

СТОП! Решите самостоятельно.

В1. Восстановите поврежденные записи арифметических действий, то есть замените знаки вопроса цифрами так, чтобы получились верные равенства:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \begin{array}{r} 5? \\ + \quad ?84 \\ \hline ???0 \end{array} \quad \text{б) } \begin{array}{r} 6?5? \\ + \quad ?8?4 \\ \hline 2856 \end{array} \quad \text{в) } \begin{array}{r} 3?86 \\ + \quad ?2?7 \\ \hline 804? \end{array} \end{array}$$

В1. При сложении на доске был стертые некоторые цифры. Восстановите первоначальную запись:

- 1) $35?78 + 4?596 + 678? = 89455$;
- 2) $60?84 + 379?5 + 4415? + ?450 = 148733$.

Задача 11.2. Расшифруйте запись: вместо знака вопроса может стоять любая цифра:

$$\begin{array}{r} \quad ?? \\ \times \quad ?? \\ \hline \quad 8? \\ + \quad ??? \\ \quad ?? \\ \hline \quad ???? \end{array}$$

Решение.

Автор: Этот пример на умножение «в столбик». Сначала мы умножили двухзначное число (??) на единицы второго сомножителя (?) и получили трехзначное число (???), а по-

том умножили то же самое двухзначное число (??) на десятки второго сомножителя (8) и получили двухзначное число (??). Как Вы думаете: какое **двухзначное** число можно умножить на 8 так, чтобы получилось **двухзначное** число?

Читатель: По-моему, тут несколько вариантов, например: $10 \cdot 8 = 80$; $11 \cdot 8 = 88$; $12 \cdot 8 = 96$ и, по-моему, все... Потому что $13 \cdot 8 = 104$ – уже трехзначное число.

Автор: Значит, у нас три варианта: 10, 11 и 12. Но заметьте, когда мы умножили наше искомое двухзначное число (??) на единицы второго сомножителя (?), мы получили трехзначное число (???). А какое бы однозначное число ни умножать на 10 и на 11, получить можно только двухзначное число, потому что: $10 \cdot 9 = 90$ и $11 \cdot 9 = 99$!

Читатель: Зато $12 \cdot 9 = 108$ – трехзначное число!

Автор: Вы правы. Следовательно, у нас остается единственный вариант: первый сомножитель (??) – это число 12:

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 8? \\ \hline + ?? \\ 96 \\ \hline ??? \end{array}$$

Читатель: А единственная цифра, которая годится в разряд единиц второго сомножителя – это 9, потому что $12 \cdot 9 = 108$ – трехзначное число, а $12 \cdot 8 = 96$ – только двухзначное!

Автор: Верно! Вот наш ребус и разгадан:

Ответ:

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 89 \\ \hline + 108 \\ 96 \\ \hline 1068 \end{array}$$

СТОП! Решите самостоятельно.

В2. Восстановите записи умножения. Вместо (?) могут стоять любые цифры:

$$\begin{array}{r} \text{а) } \quad ?? \\ \times \quad 52 \\ \hline \quad ?6 \\ + \quad ?? \\ \hline \quad ?? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } \quad 126 \\ \times \quad ?? \\ \hline \quad ??? \\ + \quad ??? \\ \hline 1?2?6 \end{array}$$

Г1. Восстановите запись:

$$\begin{array}{r} \quad ??? \\ \times \quad ?8 \\ \hline \quad ??? \\ + \quad ??? \\ \hline \quad ??? \\ \hline \quad ???0 \end{array}$$

Головоломки – цепочки равенств

Задача 11.3. Расшифруйте запись. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – разные:
 $У - Р = А : В = Н \cdot Е = Н + И = Е$.

Решение. Начнем наше разгадывание с равенства: $Н \cdot Е = Е$. Ясно, что $Н = 1$, потому что только при умножении на единицу произведение (Е) равно второму сомножителю (Е).

Рассмотрим равенство $А : В = Е$. Тут не так много вариантов. Поскольку каждая из букв обозначает однозначное число, и делитель (В) не равен 1, то вариантов всего четыре:

$$6 : 2 = 3; \quad 6 : 3 = 2; \quad 8 : 4 = 2; \quad 8 : 2 = 4.$$

Разберем эти варианты по очереди:

1. Пусть $А : В = Е$ – это $6 : 2 = 3$, то есть $А = 6; В = 2; Е = 3$.

Рассмотрим равенство: $Н + И = Е \rightarrow 1 + И = 3 \rightarrow И = 2$, но это невозможно, так как мы предположили, что $В = 2$.

2. Пусть $А : В = Е$ – это $6 : 3 = 2$, то есть $А = 6; В = 3; Е = 2$.

Рассмотрим равенство: $Н + И = Е \rightarrow 1 + И = 2 \rightarrow И = 1$, но это невозможно, так как $Н = 1$.

3. Пусть $А : В = Е$ – это $8 : 4 = 2$, то есть $А = 8; В = 4; Е = 2$.

Рассмотрим равенство: $Н + И = Е \rightarrow 1 + И = 2 \rightarrow И = 1$, но это невозможно, так как $Н = 1$.

4. Пусть $А : В = Е$ – это $8 : 2 = 4$, то есть $А = 8; В = 2; Е = 4$.

Рассмотрим равенство: $H + I = E \rightarrow 1 + I = 4 \rightarrow I = 3$, пока противоречий нет. Теперь наша частично уже разгаданная загадка выглядит так: $Y - P = 8 : 2 = 1 \cdot 4 = 1 + 3 = 4$.

Остается угадать цифры Y и P . У нас остались следующие неиспользованные цифры: 0, 5, 6, 7 и 9. Единственный вариант, при котором разность двух из этих чисел равняется 4, это: $9 - 5 = 4$. Значит, $Y = 9, P = 5$.

Ответ: $9 - 5 = 8 : 2 = 1 \cdot 4 = 1 + 3 = 4$.

СТОП! Решите самостоятельно.

В3. Расшифруйте запись. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – разные:

а) $A \cdot P = I - \Phi = M : E = T - I = K : A$;

б) $M \cdot A = T - E = M : A = T : I = K - A$;

в) $G + O = J - O = B \cdot O = J - O = M - K = A$.

Ребусы на сложение и вычитание, в которых главное – это логические рассуждения

Задача 11.4. Восстановите запись $?? + ?? = 197$.

Решение. У нас при сложении двух двухзначных чисел в сумме получается 197. Заметим, что число 200 и 199 НЕВОЗМОЖНО представить в виде суммы двух двухзначных чисел, потому что $200 = 100 + 100$, $199 = 100 + 99$.

Зато число 198 уже можно представить в виде двух двухзначных чисел, причем тут возможен единственный вариант: $99 + 99 = 198$.

Число 197 можно представить в виде суммы двух двухзначных чисел двумя способами: $99 + 98 = 197$ или $98 + 99 = 197$. Иных вариантов нет, так как если мы попытаемся уменьшить слагаемое 98, то второе слагаемое тут же станет трехзначным числом: $97 + 100 = 197$, $96 + 101 = 197$ и т.д.

А от нас требуется, чтобы оба слагаемые были двузначными числами!

Ответ: $99 + 98 = 197$ или $98 + 99 = 197$.

СТОП! Решите самостоятельно.

Б2. Восстановите записи: а) $?? - ?? = 1$; б) $\begin{array}{r} ?? \\ + \quad ? \\ \hline ??8 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} ?? \\ + \quad ?? \\ \hline ?98 \end{array}$

Г2. Восстановите запись, если все числа в ней читаются одинаково слева направо и справа налево: $?? + ??? = ????$.

Более сложные ребусы на умножение, где без рассуждений не обойтись

Задача 11.5. Восстановите запись:

$$\begin{array}{r} \times \quad ??? \\ \quad \quad ?8 \\ + \quad ??? \\ \hline \quad \quad ??? \\ \quad \quad ???0 \end{array}$$

Решение. Так как последняя цифра в произведении равна нулю, число единиц в первом сомножителе может быть равно только 5, поскольку $5 \cdot 8 = 40$ (тут, как говорится, без вариантов), то

$$\begin{array}{r} \times \quad ??5 \\ \quad \quad ?8 \\ + \quad ??0 \\ \hline \quad \quad ??? \\ \quad \quad ???0 \end{array}$$

Заметим, что $??5 \cdot 8 = ??0$, то есть произведение трехзначного числа ($??5$) на 8 – это трехзначное число! Такое возможно только если цифра в разряде сотен у первого сомножителя равна 1, иначе произведение ($??5 \cdot 8$) было бы четырехзначным числом, получаем:

$$\begin{array}{r} \times \quad 1?5 \\ \quad \quad ?8 \\ + \quad ??0 \\ \hline \quad \quad ??? \end{array}$$

????0

Теперь попробуем угадать число десятков в первом сомножителе. Тут возможны два варианта: 0 и 1 (2 – уже слишком много!).

Попробуем взять 0, получим:

$$\begin{array}{r} \times 105 \\ \hline \quad ?8 \\ + 840 \\ \hline \quad \quad ???? \\ \hline \quad \quad \quad ????0 \end{array}$$

Все бы хорошо, но при умножении 105 на (?) в разряде десятков мы должны получить четырехзначное число (????). А даже если мы возьмем ? = 9, то получим: $105 \cdot 9 = 945$ – трехзначное число – не годится!

Возьмем число десятков в первом сомножителе: 1, тогда получим:

$$\begin{array}{r} \times 115 \\ \hline \quad ?8 \\ + 920 \\ \hline \quad \quad ???? \\ \hline \quad \quad \quad ????0 \end{array}$$

Теперь нам осталось только угадать число десятков во втором сомножителе. Должно выполняться условие: $(115 \cdot ?) = (????)$ – ЧЕТЫРЕХЗНАЧНОЕ ЧИСЛО. Тут возможен единственный вариант: ? = 9, иначе произведение $(115 \cdot ?)$ будет трехзначным! Все, ребус разгадан.

Ответ:

$$\begin{array}{r} \times 115 \\ \hline \quad \quad 98 \\ + 920 \\ \hline \quad 1035 \\ \hline 11270 \end{array}$$

СТОП! Решите самостоятельно.

В4. Восстановите запись:

Г3. Восстановите запись:

$$\begin{array}{r}
 \times 6? \\
 \underline{???} \\
 + \quad ?? \\
 \quad ?? \\
 \underline{??} \\
 \quad ???6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times ??? \\
 \underline{?5?} \\
 + \quad 3?? \\
 \quad ??3? \\
 \underline{3??3} \\
 \quad ??????
 \end{array}$$

**Разгадываем ребусы, в которых
не очень много разных букв**

Задача 11.6. Расшифруйте «животноводческий» ребус: $Б + БЕЕЕ = МУУУ$. Каждая буква соответствует определенной цифре.

Решение. Запишем наш пример на сложение «в столбик»:

$$\begin{array}{r}
 + БЕЕЕ \\
 \underline{\quad Б} \\
 МУУУ
 \end{array}$$

Заметим, что мы прибавили однозначное число (Б) к четырехзначному (БЕЕЕ), и цифра в разряде тысяч в сумме изменилась: (была Б, а стала М). Такое возможно только в том случае, если слагаемое БЕЕЕ имеет вид: Б999. В любом другом случае, если, например, $БЕЕЕ = Б888$, однозначное слагаемое (Б) просто «не сможет» увеличить число в разряде тысяч. Итак, одну букву мы уже разгадали: $Е=9$, а наш ребус можно записать так:

$$\begin{array}{r}
 + Б999 \\
 \underline{\quad Б} \\
 МУУУ
 \end{array}$$

Теперь заметим, что $Б > 0$ (иначе $У = 9 = Е$), поэтому в разряде десятков должно выполняться равенство:

$$9 + 1 = У + 10 \rightarrow У = 0,$$

тогда:

$$\begin{array}{r}
 + Б999 \\
 \underline{\quad Б} \\
 М000
 \end{array}$$

Ну, а теперь, уже очевидно, что $B = 1$, а $M = 2$. Ребус разгадан!

Ответ: $1999 + 1 = 2000$.

СТОП! Решите самостоятельно.

В5. Определите значения букв в следующих примерах, если каждой букве соответствует определенная цифра:

а) $AB + BC + CA = ABC$; б) $A + BB + A = CCC$;

в) $A + AB + ABC = BCB$.

Ребусы, в которых только два слагаемых и многие буквы повторяются

Задача 11.7. Расшифруйте ребус:

$$\begin{array}{r} + \text{OXOXO} \\ \underline{\text{AXAXA}} \\ \text{AXAXAX} \end{array}$$

Решение. Заметим, что A может быть только единицей, так как сумма $A + O$ в разряде десятков тысяч не может быть больше 17 ($9 + 8 = 17$). Итак, $A=1$, тогда:

$$\begin{array}{r} + \text{OXOXO} \\ \underline{\text{1X1X1}} \\ \text{1X1X1X} \end{array}$$

Теперь мы видим, что при суммировании чисел в разряде десятков тысяч получается равенство:

$$O + 1 = 10 + X \rightarrow O = X + 9.$$

Поскольку O и X – однозначные числа, возможен единственный вариант: $X = 0$; $O = 9$.

Наш ребус разгадан.

Ответ: $+ 90909$

$$\begin{array}{r} \underline{\text{10101}} \\ \text{101010} \end{array}$$

СТОП! Решите самостоятельно:

Г4. Разгадайте ребусы:

$$\begin{array}{r} \text{а) } + \text{ УМ} \\ \text{ШУМ} \\ \hline \text{ВМШ} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } + \text{ ДУРАК} \\ \text{УДАР} \\ \hline \text{ДРАКА} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } + \text{ КОКА} \\ \text{КОЛА} \\ \hline \text{ВОДА} \end{array}$$

**Ребусы: «сумма» двух одинаковых «слов»
равна третьему «слову»**

Задача 11.8. Разгадайте ребус. Каждая буква соответствует строго определенной цифре. Причем одной цифре соответствует одна буква.

$$\begin{array}{r} + \text{ КРОСС} \\ \text{КРОСС} \\ \hline \text{СПОРТ} \end{array}$$

Решение.

1. Заметим, что в разряде сотен в каждом слагаемом и в сумме стоит одна и та же цифра, обозначенная буквой О. Как такое может быть: $O + O = O$?

Читатель: Например: $0 + 0 = 0$.

Автор: Верно. Но заметим, что в разряде единиц у нас получается: $C + C = T$, а в разряде десятков: $C + C = P$. Как такое возможно?

Читатель: Только если $C + C > 10$, тогда в разряде единиц получим $C + C = 10 + T$ (Т пишем, 1 в уме), а в разряде десятков $C + C = 10 + T + 1$, $T + 1 = P$ – пишем, 1 – в уме.

Автор: Но тогда у нас в разряде сотен ничего не получится: $0 + 0$ и 1 в уме в сумме дадут 1: $0 + 0 + 1 = 1$. Значит, $O \neq 0$.

Читатель: А как же еще может выполняться равенство: $O + O = O$?

Автор: Есть еще один вариант: $9 + 9 = 18 + 1$ (в уме) = 19.

Попробуем:

$$\begin{array}{r} + \text{ КР9СС} \\ \text{КР9СС} \\ \hline \end{array}$$

СП9РТ

Теперь попробуем угадать букву С. Ясно, что $C \geq 5$ и $C \neq 9$. Возьмем $C = 5$, тогда:

$$\begin{array}{r} + \text{KP955} \\ \underline{\text{KP955}} \\ \text{5П9РТ} \end{array}$$

Отсюда однозначно следует, что $T = 0$; $P = 1$ и $\Pi = 3$:

$$\begin{array}{r} + \text{K1955} \\ \underline{\text{K1955}} \\ \text{53910} \end{array}$$

А дальше – стоп! $K + K \neq 5$. Значит, наше предположение, что $C = 5$ – ошибка. Возьмем $C = 6$, тогда

$$\begin{array}{r} + \text{KP966} \\ \underline{\text{KP966}} \\ \text{6П9РТ} \end{array}$$

Отсюда однозначно следует, что $T = 2$, $P = 3$, $\Pi = 7$:

$$\begin{array}{r} + \text{K3966} \\ \underline{\text{K3966}} \\ \text{67932} \end{array}$$

А дальше опять стоп! $K + K$ равно 6 только при $K = 3$, но эта цифра уже «занята», так как $P = 3$. Значит, $C = 6$ тоже не подходит. Берем $C = 7$, тогда:

$$\begin{array}{r} + \text{KP977} \\ \underline{\text{KP977}} \\ \text{7П9РТ} \end{array}$$

Отсюда однозначно следует: $T = 4$, $P = 5$, $\Pi = 1$:

$$\begin{array}{r} + \text{K5977} \\ \underline{\text{K5977}} \\ \text{71954} \end{array}$$

Остается найти К. Это совсем не трудно: $K = 3$ и наш ребус разгадан!

Читатель: Но ведь еще остается случай $C = 8$.

Автор: Вы можете самостоятельно убедиться в том, что $C = 8$ не подходит.

Ответ: + 35977

35977

71954

СТОП! Решите самостоятельно.

Г5. Разгадайте ребусы:

а) + ДРАМА

ДРАМА

ТЕАТР

б) + БАЛЕТ

БАЛЕТ

ТЕАТР

Ребусы, в которых три и более слагаемых

Задача 11.9. Восстановите запись:

$$\begin{array}{r} \text{ДОСКА} \\ + \text{ДОСКА} \\ \hline \text{ДОСКА} \\ \text{ЛОДКА} \end{array}$$

Решение. Прежде всего, заметим, что: в разряде единиц $A + A + A = A$; в разряде десятков $K + K + K = K$; в разряде десятков тысяч $O + O + O = O$. Какие тут могут быть варианты? Их всего три: $0 + 0 + 0 = 0$; $5 + 5 + 5 = 10 + 5$; $9 + 9 + 9 + 2$ (в уме) $= 20 + 9$. То есть каждая из букв A , K и O – это либо 0, либо 5, либо 9. Так «кто есть кто?».

Убедитесь сами, что $A \neq 9$ и $A \neq 5$, то есть возможен единственный вариант $A = 0$. Но тогда $K = 5$ (убедитесь, что $K = 9$ не подходит), а $O = 9$. Получим:

$$\begin{array}{r} \text{Д9С50} \\ + \text{Д9С50} \\ \hline \text{Д9С50} \\ \text{Л9Д50} \end{array}$$

Попробуем угадать букву D : она может быть равной 2 или 1 (3 уже слишком много, так как в разряде тысяч получается: $9 + 9 + 9 =$

27 – семь пишем, два в уме – тогда в разряде десятков тысяч: $D + D + D = 3 + 3 + 3 + 2 = 10$).

Если взять $D = 1$, то $L = 1 + 1 + 1 + 2 = 5$, а цифра 5 уже «занята»: $5 = K$. Возьмем $D = 2$, тогда получим:

$$\begin{array}{r} 29C50 \\ + 29C50 \\ \hline 29C50 \\ \hline 89250 \end{array}$$

В разряде сотен должно выполняться одно из равенств:

$$C + C + C + 1 = 2, \quad (1)$$

$$C + C + C + 1 = 10 + 2, \quad (2)$$

$$C + C + C + 1 = 20 + 2. \quad (3)$$

Ясно, что равенства (1) и (2) невыполнимы ни при каких значениях C , а равенство (3) выполняется при $C = 7$:

$$7 + 7 + 7 + 1 = 20 + 2.$$

Все! Ребус разгадан.

Ответ:
$$\begin{array}{r} 29750 \\ + 29750 \\ \hline 29750 \\ \hline 89250 \end{array}$$

СТОП! Решите самостоятельно.

Г6. Разгадайте ребусы:

а)
$$\begin{array}{r} \text{КОШКА} \\ + \text{КОШКА} \\ \hline \text{КОШКА} \\ \hline \text{СОБАКА} \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} \text{ВАГОН} \\ + \text{ВАГОН} \\ \hline \text{ВАГОН} \\ \hline \text{СОСТАВ} \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} \text{EINS} \\ + \text{EINS} \\ \hline \text{EINS} \\ \hline \text{EINS} \\ \hline \text{VIER} \end{array}$$

Ребусы на умножение

Задача 11.10. Разгадайте ребус:

$$\begin{array}{r} \times \text{ТОРГ} \\ \hline \text{Г} \\ \hline \text{ГРОТ} \end{array}$$

Решение. Прежде всего, заметим, что при умножении T в разряде десятков тысяч на Γ в произведении в разряде десятков тысяч получилось Γ , то есть $T \cdot \Gamma = \Gamma$. Это возможно только если $T = 1$.

В разряде единиц: $\Gamma \cdot \Gamma = ?T = ?1$, где $?$ – неизвестная пока цифра.

Вспомним таблицу умножения: есть только два случая, когда однозначное число, возведенное в квадрат, имеет в разряде единиц цифру 1: $1^2 = 1$ и $9^2 = 81$. Поскольку $\Gamma \neq 1$, значит, $\Gamma = 9$ и наш ребус принимает вид:

$$\begin{array}{r} \times 10P9 \\ \hline 9PO1 \end{array}$$

Остается угадать буквы O и P . Ясно, что $O = 0$ (иначе мы не получим 9 в произведении в разряде десятков тысяч).

$$\begin{array}{r} \times 10P9 \\ \hline 9P01 \end{array}$$

Теперь осталось угадать букву P . Заметим, что в разряде десятков должно выполняться равенство:

$$P \cdot 9 + 8 = P \cdot 10 + 0.$$

Нам остается только решить уравнение:

$$P \cdot 9 + 8 = P \cdot 10 \rightarrow 8 = 10P - 9P \rightarrow 8 = P \text{ или } P = 8.$$

Ребус разгадан.

Ответ: $\begin{array}{r} \times 1089 \\ \hline 9801 \end{array}$

СТОП! Решите самостоятельно:

Г7. Разгадайте ребус:

$$\begin{array}{r} \times \text{АНТА} \\ \hline \text{Т} \\ \text{КОНС} \end{array}$$

Задача 11.11. Разгадайте ребус: $1? \cdot ?1 = 1001$. «?» может означать любую цифру.

Решение. Прежде всего, отметим, что произведение (1001) оканчивается цифрой 1, и второй сомножитель (?1) также оканчивается цифрой 1, а значит, 1-й сомножитель – это 11. Теперь наш ребус имеет вид: $11 \cdot ?1 = 1001$. Найти второй сомножитель уже не составит труда: достаточно разделить произведение на 1-й сомножитель: $1001 : 11 = 91$. Ребус разгадан.

Ответ: $11 \cdot 91 = 1001$.

СТОП! Решите самостоятельно.

Б3. Разгадайте ребус: $?? \cdot ? - ? = 1$. «?» может означать любую цифру.

В6. Разгадайте ребус: $M \cdot M \cdot M = \text{КУБ}$.

Г8. Разгадайте ребус: $\text{ГОЛ} \cdot \text{ГОЛ} = \text{ФУТБОЛ}$.

Ребусы, в которых используется разложение на простые множители

Задача 11.12. Разгадайте ребус $AХ \cdot УХ = 2001$.

Решение. Начнем с того, что представим 2001 в виде произведения простых множителей (тут может понадобиться микрокалькулятор): $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$. Поскольку числа АХ и УХ имеют на конце одну и ту же цифру (Х), то тут возможен единственный вариант: $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29 = (3 \cdot 23) \cdot 29 = 69 \cdot 29$.

Ответ: $69 \cdot 29 = 2001$.

СТОП! Решите самостоятельно:

В7. Разгадайте ребус: $\text{БАО} \cdot \text{БА} \cdot \text{Б} = 2002$.

Г9. Разгадайте ребус: $\text{АВ} \cdot \text{А} \cdot \text{В} = \text{ВВВ}$.

Г10. Разгадайте ребус: $\text{ПЧЕЛКА} \cdot 7 = \text{ЖЖЖЖЖЖ}$.

Ребусы, которые разгадываются с помощью уравнений

Задача 11.12. Разгадайте ребус: СУК·СУК = БАРСУК. Каждой букве соответствует определенная цифра, причем разным буквам соответствуют разные цифры.

Решение. СУК – это неизвестное трехзначное число, а БАРСУК – шестизначное число. Причем это число можно представить в следующем виде:

$$\text{БАРСУК} = \text{БАР}000 + \text{СУК} = \text{БАР} \cdot 1000 + \text{СУК},$$

где БАР – тоже неизвестное трехзначное число.

Обозначим СУК = x , БАР = y , тогда можно записать равенство

$$\text{БАРСУК} = \text{БАР} \cdot 1000 + \text{СУК} = y \cdot 1000 + x.$$

С другой стороны, по условию СУК·СУК = БАРСУК, значит, справедливо равенство:

$$x \cdot x = y \cdot 1000 + x \rightarrow x^2 - x = y \cdot 1000 \rightarrow x(x-1) = y \cdot 1000.$$

Из равенства $x(x-1) = y \cdot 1000$ следует, что произведение $x(x-1)$ должно делиться на 1000. Тысячу можно представить в виде произведения:

$$\begin{aligned} 1000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = \\ &= (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 8 \cdot 125. \end{aligned}$$

Тут возможны два варианта: либо x делится на 8, а $(x-1)$ делится на 125, либо $(x-1)$ делится на 8, а x делится на 125. Перебрать все трехзначные числа, которые делятся на 125 не так трудно. Это: 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875.

Дальше остается только перебрать все варианты. Для наглядности приведем результаты в виде таблиц:

| x | Делится на 125? | $(x-1)$ | Делится на 8? | Подходит? |
|-----|-----------------|---------|---------------|-----------|
| 125 | Да | 124 | Нет | Нет |
| 250 | Да | 249 | Нет | Нет |
| 375 | Да | 374 | Нет | Нет |
| 500 | Да | 499 | Нет | Нет |
| 625 | Да | 624 | Да | Да |
| 750 | Да | 749 | Нет | Нет |
| 875 | Да | 876 | Нет | Нет |

| $(x - 1)$ | Делится на 125? | x | Делится на 8? | Подходит? |
|-----------|-----------------|-----|---------------|-----------|
| 125 | Да | 126 | Нет | Нет |
| 250 | Да | 251 | Нет | Нет |
| 375 | Да | 376 | Да | Да |
| 500 | Да | 501 | Нет | Нет |
| 625 | Да | 626 | Нет | Нет |
| 750 | Да | 751 | Нет | Нет |
| 875 | Да | 876 | Нет | Нет |

Как видно из таблиц, нам подходят два варианта: $x = 625$ и $x = 376$. Значит, СУК = 626 и СУК = 376. Тогда

1) БАРСУК = СУК · СУК = $625 \cdot 625 = 390625$;

2) БАРСУК = СУК · СУК = $376 \cdot 376 = 141376$, но этот вариант отпадает, так как число 141376 содержит две цифры 1 и получается, что Б = Р = 1, а это противоречит условию задачи.

Ответ: $625 \cdot 625 = 390625$.

СТОП! Решите самостоятельно.

В8. Разгадайте ребус: АЙ · 5 = ЧАЙ.

Г11. Разгадайте ребус: НЕ · НЕ = SHE.

Д1. Разгадайте ребус: НИКЕЛЬ · 6 = ЕЛЬНИК.



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Задачи средней трудности

В9. Восстановите пропущенные цифры:

а) $5?728 + 7045 + 83?50 + 821?? = 227165$;

б) $56?7 + 9341 + ?32 = 1518?$;

в) $36?8 + 274? + 3?20 = ??143$.

В10. Восстановите записи умножения:

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ \quad ?? \\ \hline + ??8 \\ \quad ?? \\ \hline 3?? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2? \\ \quad ?? \\ \hline + ?8 \\ \quad ?? \\ \hline 7?8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4? \\ \quad ?6 \\ \hline + 2?? \\ \quad 2?5 \\ \hline ???2 \end{array}$$

В11. Восстановите запись: $?? + A = A??$.

В12. Расшифруйте ребус. Каждая буква соответствует определенной цифре: $K + O + Л + Я = 21$.

В13. Разгадайте ребус: $A52B - B25A = 8XMX$.

Задачи трудные

Г12. Расшифруйте ребус. Каждая буква соответствует определенной цифре: $КО + ЛЯ = ОЛ - Я$.

Г13. Разгадайте ребусы:

а) + УДАР

УДАР
ДРАКА

б) + ОДИН

ОДИН
МНОГО

в) + КОЗА

КОЗА
СТАДО

Г14. Разгадайте ребусы: а) ПОЛЕТ:2 = ЛЕТО; б) РЫБА:2 = СЫР.

Г15. Разгадайте ребусы:

а) + БУЛОК

БЫЛО
МНОГО

б) + ТЭТА

БЭТА
ГАММА

в) + РЕШИ

ЕСЛИ
СИЛЕН

Г16. Разгадайте ребусы:

а) СДЕВС – АВСД = АСАС; б) ИСК – КСИ = КИС.

Г17. Разгадайте ребусы:

а) EINS

EINS

+ EINS

EINS

EINS

FUNF

б) ДОМНА

+ ДОМНА

ДОМНА

ЗАВОД

Г18. Разгадайте ребусы:

а) ЦВЕТОК

+ ЦВЕТОК

ЦВЕТОК

БУКЕТИК

б) СОТНЯ

+ СОТНЯ

СОТНЯ

ТРИСТА

в) АРШИН

+ АРШИН

АРШИН

САЖЕНЬ

Г19. Разгадайте ребус: $ИЗ \cdot ИЗ \cdot ИЗ \cdot ИЗ = ИКС \cdot ИКС = БАЗИС$.

Задачи очень трудные

Д2. Восстановите запись, каждый «?» может соответствовать любой цифре:

$$\begin{array}{r} \times \quad ??? \\ \quad \quad ??? \\ + \quad ???6? \\ \quad \quad ??66 \\ \quad \quad \quad ??? \\ \hline \quad \quad \quad \quad ???\end{array}$$

Д3. Разгадайте ребусы:

а) МАГНИЙ

+ ТАНТАЛ

МЕТАЛЛЫ

б) АТАКА

+ УДАР

УДАР

НОКАУТ

Д4. Разгадайте ребус: ПЛОМБА · 5 = АПЛОМБ.

