



«Заочный физико-  
математический  
лицей «Авангард»

## Уважаемый организатор физико-математической олимпиады!

Заочный физико-математический лицей «Авангард» проводит традиционную **XXVI Межрегиональную заочную физико-математическую олимпиаду школьников.**

Олимпиада **по математике** проводится для учащихся 4–10 классов.

Олимпиада **по физике** проводится для учащихся 7–10 классов.

Цель проведения заочной Олимпиады – повышение интереса учащихся к изучению физики и математики.

Все участники Олимпиады получают приглашение учиться в Заочном физико-математическом лицее «Авангард». Обучение в нашем лицее значительно повысит качество знаний Ваших учеников и их мотивацию к обучению.

Списки победителей олимпиады будут опубликованы на сайте ЗФМЛ «Авангард» [avangard-lyceum.ru](http://avangard-lyceum.ru).

**Просим Вас провести в Вашей школе по предлагаемым вариантам:**

- 1) заочную физическую олимпиаду;**
- 2) заочную математическую олимпиаду;**

Сроки проведения олимпиады: 1 ноября – 15 декабря 2019 г.

Крайний срок отсылки решений – **15 декабря 2019 г.**

Для участия в олимпиаде каждому участнику необходимо внести **организационный взнос.**

**Оргвзнос составляет:**

- 1) за участие в физической олимпиаде – 190 рублей;**
- 2) за участие в математической олимпиаде – 190 рублей;**
- 3) за участие в двух олимпиадах: по физике и математике – 280 рублей.**

Оргвзнос должен быть перечислен на расчетный счет Заочного физико-математического лицея «Авангард» банковским или почтовым переводом.

Оплату также можно произвести через сайт Лицея **avangard-lyceum.ru**.

Задания XXVI Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады, инструкция о порядке проведения олимпиады и платежные реквизиты для оплаты приведены ниже.

Председатель

Оргкомитета олимпиады

Е.Н.Филатов

### **Инструкция о порядке проведения XXVI Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады**

Учителя сообщают учащимся условия олимпиадных задач, требования к оформлению работ и условия участия в олимпиаде. Желающие участвовать в олимпиаде решают задачи и аккуратно по инструкции оформляют решения. Затем оплачивают через банк, на почте или через сайт Лицея оргвзнос в размере:

- 1) за участие в физической олимпиаде – 190 рублей;**
- 2) за участие в математической олимпиаде – 190 рублей;**
- 3) за участие в двух олимпиадах: по физике и математике – 280 рублей.**

**Участвовать можно как в любой из указанных олимпиад, так и сразу в двух по желанию учащихся.**

Оформленные решения и копию квитанции об оплате оргвзноса вкладывают в почтовый конверт и отправляют его не позднее 15 декабря 2019 г. по почте в адрес ОРГКОМИТЕТА.

*Участники **физической олимпиады** пишут адрес:*

7-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-7**;

8-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-8**;

9-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-9**;  
10-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-10**.

Участники **математической олимпиады** пишут адрес:

4-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-4**;  
5-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-5**;  
6-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-6**;  
7-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-7**;  
8-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-8**;  
9-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-9**;  
10-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-10**.

**Если учащийся принимает участие сразу в двух олимпиадах (по физике и математике), решения можно выслать в одном конверте.**

В этом случае адрес на конверте следует записать так:

7-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-7, М-7**;  
8-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-8, М-8**;  
9-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-9, М-9**;  
10-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-10, М-10**.

**Решение можно выслать по e-mail: [avangard-school@mail.ru](mailto:avangard-school@mail.ru).**

### **Требования к олимпиадным работам**

1. Участником олимпиады считается школьник, приславший решение хотя бы одной задачи и оформивший свою работу надлежащим образом. К рассмотрению принимаются только индивидуально присланные работы.

2. При отправке **по почте** решения аккуратно оформляются на двойных тетрадных листах с отрезанными полями (около 2 см), сшитых книжечкой и пронумерованных.

3. На первом листе (**печатными буквами!!!**) указывается: Ф.И. учащегося, индекс и домашний адрес, электронный адрес (по желанию), номер и адрес школы, класс, Ф.И.О. учителя математики или физики. Решение каждой задачи начинается с новой страницы.

*Последовательность оформления задач и их нумерация в работе должна соответствовать их нумерации в задании.*

**4. К решениям необходимо приложить два почтовых конверта с маркой А.** На каждом конверте должен быть написан почтовый домашний адрес учащегося и обратный адрес – адрес оргкомитета. В первом конверте участнику будет выслано сообщение о регистрации работы, во втором – результаты и награды.

5. В конверт нужно вложить квитанцию об оплате.

6. Решения в электронной форме должны быть набраны в текстовом редакторе Word кеглем 14. Порядок оформления такой же как в п.3, отдельным файлом должна быть выслана отсканированная квитанция об оплате (при оплате через банк) или распечатка подтверждения об оплате (при оплате через сайт школы).

Все участники олимпиады получают сертификат об участии в олимпиаде и информацию о Заочном физико-математическом лицее "Авангард". Победителям и призерам будут высланы дипломы, а решившим более половины задач – похвальные грамоты.

Крайний срок отсылки решений – **15 декабря 2019 г.**

Решения задач будут опубликованы на сайте [avangard-lyceum.ru](http://avangard-lyceum.ru) **не позднее 25 декабря 2019 года.**

Оргкомитет не будет рассматривать работы, присланные без копии документа, подтверждающего оплату оргвзноса на проведение олимпиады, или высланные позже 15 декабря 2019 г. Дата отправки работы определяется по почтовому штемпелю на конверте.

Оргкомитет не принимает претензий со стороны участников олимпиады, неправильно или нечетко указавших свои фамилии и имена, домашние адреса, а также не выполнивших пункты 4-5 требований к олимпиадным работам.

### **Оплата оргвзноса за участие в олимпиаде**

Оргвзнос за участие в олимпиаде можно перечислить банковским или почтовым переводом по реквизитам:

АНО ЗФМЛ "Авангард", ИНН 7724573030,

КПП 772401001, р/с № 40703810138060143354  
в Царицынском ОСБ 7978/01577 ОАО «Сбербанк России»  
г. Москва к/с № 30101810400000000225 БИК 044525225.  
Почтовый индекс Царицынского ОСБ 7978/01577: 115409.

Назначение платежа: Оргвзнос за участие в физико-математической олимпиаде.

Образцы заполнения квитанций на оплату через ОАО Сбербанк РФ прилагаются. Оргвзнос также можно внести через сайт Лицея, следуя инструкции на сайте **avangard-lyceum.ru**.

# ЗАДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

## 4 класс

1. В мешке 24 кг гвоздей. Как, имея только рычажные весы без гирь, отмерить 9 кг гвоздей?

2. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2018 чудодейственных таблеток. Носорог получил на одну больше, чем крокодил, бегемот – на одну больше чем носорог, а слон – на одну больше, чем бегемот. Сколько таблеток придётся съесть слону?

3. Фраза: *Bekybekjwe – tvunemwe styd meuw*, имеющая прямое отношение к математике, зашифрована следующим образом: русские буквы заменены на латинские, причем гласные заменены на гласные, а согласные – на согласные. Расшифруйте.

4. Среди всех положительных чисел с суммой цифр, равной 21, найдите наибольшее число и наименьшее число. Ответ обоснуйте.

5. На покраску большого деревянного куба размером  $3 \times 3 \times 3$  ушел 1 кг, краски. Однако понадобились кубики поменьше, и большой куб распилили на кубики размером  $1 \times 1 \times 1$ . Сколько необходимо ещё краски для докраски маленьких кубиков?

## 5 класс

1. Фраза: *Bekybekjwe – hezjxe j tvunemwe styd meuw*, имеющая прямое отношение к математике, зашифрована следующим образом: русские буквы заменены на латинские, причем гласные заменены на гласные, а согласные – на согласные. Расшифруйте.

2. Червяк ползет по столбу, начав путь от его основания. Каждый день он проползает вверх на 3 см, а за каждую ночь сползает вниз на 1 см. Когда он достигнет верхушки столба, если его высота равна 75 см?

3. В городе Мухоморске телефонные номера состоят из шести цифр, причём первая цифра номера не может быть восьмеркой или нулем. Сколько телефонных номеров Мухоморске?

4. Какое число в 7 раз больше своей последней цифры?

5. Круглая поляна обсажена деревьями. Мальчик и девочка пошли вокруг поляны, считая деревья. Они идут в одном направлении, но начали считать в разных местах. Дерево, которое у девочки

было седьмым, у мальчика было двадцатым, а дерево, которое у мальчика было седьмым, у девочки было девяносто третьим. Сколько деревьев растёт вокруг поляны? Ответ объясните.

## 6 класс

1. Простым или составным является число  $3^{2019} + 1$ ?
2. Определите пропущенные числа и найдите сумму:  $1 + 3 + 5 + \dots + 77$ .
3. Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в десятом подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)
4. Как разложить по семи кошелькам 127 рублёвых монет так, чтобы любую сумму от 1 до 127 рублей можно было бы выдать, не открывая кошельков?
5. Докажите, что нельзя обойти конём шахматную доску с вырезанными полями  $a1$  и  $h8$ , побывав на остальных полях ровно по одному разу.

## 7 класс

1. Восстановите пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r} \times 249 \\ \hline \text{ooo} \\ \text{ooo} \\ \text{oo8} \\ \hline \underline{2\text{oo}} \\ \text{oooo7} \end{array}$$

Вместо буквы «о» может стоять любая цифра.

2. Возьмите любое трёхзначное число, умножьте его на 7, результат умножьте на 11, а потом на 13. Сравните полученное число с исходным, опишите обнаруженное явление и объясните причину.
3. Страницы книги пронумерованы подряд с первой до последней. Хулиган Вася вырвал из разных мест книги 25 листов и сложил номера всех пятидесяти вырванных страниц. У него получилось число 2020. Докажите, что сложение было выполнено неправильно.

4. Определите пропущенные числа и найдите сумму:

$$3 + 8 + 15 + \dots + 255.$$

5. Имеется 12 одинаковых по виду монет, среди которых одна фальшивая (она легче настоящей). Как с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету?

### 8 класс

1. Сравните числа:  $\frac{1}{\sqrt{2020} - \sqrt{2019}}$  и  $\frac{1}{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}$ .

2. Решите уравнение:  $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 1 = 0$ .

3. Простым или составным является число  $4^{2019} + 1$ ?

4. Докажите, что произведение всех натуральных чисел от 1 до 19 не может быть квадратом натурального числа.

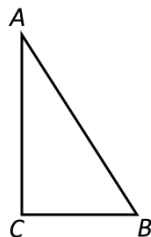
5. Найдите последнюю цифру числа  $7^{2019}$ .

### 9 класс

1. Решите уравнение:  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$ .

2. Найдите последнюю цифру числа  $7^{9^{11}}$ .

3. Дан треугольник со сторонами 3, 4 и 5 см (см. рис.). Найдите площадь фигуры, каждая точка которой удалена от данного треугольника не более чем на 1 см (точки внутри треугольника также принадлежат этой фигуре).



4. Решите уравнение в целых числах:  
$$x^5 - x = 1020.$$

5. Решите систему: 
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 28, \\ xy(x + y) = 12. \end{cases}$$

### 10 класс

1. Решите уравнение:  $x + \frac{1}{x} = 2 \sin \frac{\pi x}{2}$ .

2. Изобразите на координатной плоскости  $xOy$  множество точек, координаты  $x$  и  $y$  которых удовлетворяют уравнению



$$||x| + x| + ||y| + y| = 0.$$

3. Решите уравнение  $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 1 - x$ .

4. Докажите, что  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2019^2} < 1$ .

5. Сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = 1 \end{cases}$ , при

различных значениях параметра  $a$ ?

## ЗАДАНИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

### 7 класс

1. В литре воды содержится примерно  $3 \cdot 10^{25}$  молекул. Оцените размер одной молекулы.

2. Поезд проходит по мосту длиной 171 м за 27 с (считая с момента въезда на мост локомотива до ухода последнего вагона), а мимо пешехода, идущего навстречу поезду со скоростью 1 м/с, – за 9 с. Найдите скорость поезда и его длину.

3. Из одного куска пластилина вылепили фигурку и её копию, только в два раза большей высоты. Какова масса копии, если масса оригинала 50 г?

4. Из пункта  $A$  вниз по течению реки одновременно отплыли плот и катер, а навстречу им в тот же момент из пункта  $B$  отправился второй такой же катер. Когда первый катер достигнет пункта  $B$ , к чему будет ближе плот – к пункту  $A$  или ко второму катеру?

5. Плотность сухого песка равна  $2250 \text{ кг/м}^3$ , а плотность очень влажного песка, насыщенного водой, равна  $2700 \text{ кг/м}^3$ . Найдите среднюю плотность песчинок.

### 8 класс

1. Какая физическая ошибка допущена в следующем стихотворении:

*«Она жила и по стеклу текла,  
Но вдруг её морозом оковало.*

*И неподвижной льдинкой капля стала,  
А в мире поубавилось тепла.» ?*

2. Когда я вымыл стаканы в горячей воде и поставил их сушить вверх доньшком на гладкий стол, то они дружно поползли по столу. Я вспомнил что когда я мыл их в холодной водой, то такого с ними не происходило. Почему стаканы начали двигаться?

3. Стальной шарик плавает в ртути. Изменится ли погружение шарика в ртуть, если сверху долить воды?

4. Канат одним своим концом привязан к стене. Петя держится за свободный конец каната и растягивает его с горизонтальной силой 200 Н. Миша берется за середину каната и тянет его по направлению к стене с силой 120 Н. Маша посередине между стеной и Мишей тянет канат в том же направлении, что и Петя, с силой 40 Н. Найдите натяжение каната между стеной и Машей.

5. По шоссе равномерно движется длинная колонна автомобилей. Расстояния между соседними автомобилями в колонне одинаковы. Едущий по шоссе в том же направлении инспектор ГИБДД обнаружил, что если его скорость равна  $v_1 = 36$  км/ч, то через каждые  $\tau_1 = 10$  с его обгоняет автомобиль из колонны, а при скорости  $v_2 = 90$  км/ч через каждые  $\tau_2 = 20$  с он обгоняет автомобиль из колонны. Через какой промежуток времени будут проезжать автомобили мимо инспектора, если он остановится?

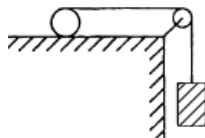
## 9 класс

1. Когда жители Земли движутся быстрее вокруг Солнца – в полдень или в полночь?

2. Человек, несший автомобильную камеру, решил облегчить ношу. Для этого он накачал камеру, увеличив её объем и рассчитывая использовать выталкивающую силу воздуха. Достиг ли он цели?

3. В «чёрном ящике» с тремя контактами находится схема, спаянная из идеальной батарейки и резистора. Если к контактам 1 и 2 подсоединить другой резистор с сопротивлением  $r$ , то через него будет идти ток  $I_{1,2} \neq 0$ . При присоединении этого же резистора к контактам 1 и 3 через него потечет ток  $I_{1,3}$ , причём  $I_{1,3} \neq I_{1,2}$ . При подключении этого резистора к контактам 2 и 3 ток через него течь не будет. Какие схемы могут находиться в «чёрном ящике»?

4. Нерастяжимая нить намотана на цилиндр, а другим концом привязана к грузу (см. рис.). Какой путь пройдет груз, когда катящийся без скольжения цилиндр, длина окружности которого равна  $l$ , сделает один оборот?

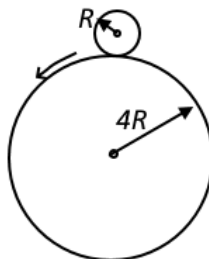


5. Из двух полушарий, сделанных из разных материалов, склеили шар. Массы половинок отличаются в два раза. Шар плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Найдите плотность материала тяжелой половинки.

### 10 класс

1. На столе лежит стопка книг. Что легче: вытянуть нижнюю книгу, придерживая (но, не поднимая) остальные, или привести в движение всю стопку, потянув за нижнюю книгу? Ответ поясните.

2. Круг радиусом  $R$  катится по кругу радиусом  $4R$  (см. рис.). Сколько оборотов совершит малый круг по возвращении в первоначальное положение?



3. Алюминиевую болванку массой  $M = 108$  кг нужно переправить на противоположный берег озера. В качестве "плавсредств" можно использовать брёвна с площадью поперечного сечения  $S = 0,034$  м<sup>2</sup>. Болванка привязывается к бревну верёвкой. Какова должна быть минимальная длина бревна  $L$ ? Плотность алюминия  $\rho_a = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, древесины  $\rho_d = 600$  кг/м<sup>3</sup>, воды  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Сам переправляющий может тянуть бревно с болванкой за собой на верёвке.

4. Груз неизвестной массы взвешивают, уравновесивая его гирькой с известной массой  $M$  на концах тяжёлого прямого коромысла; при этом равновесие достигается, когда точка опоры коромысла смещается от его середины на  $x = \frac{1}{4}$  его длины в сторону груза. В отсутствие же груза на втором плече коромысло остаётся в равновесии при смещении его точки опоры от середины в сторону гирьки на  $y = \frac{1}{3}$  его длины. Считая коромысло однородным по длине, найдите массу взвешиваемого груза  $m$ .

5. Небольшое тело падает с огромной высоты на землю. Считая удар абсолютно упругим (тело отскакивает от земли с такой же по модулю скоростью, которую имело перед ударом о землю), определите ускорение тела сразу после того, как оно отскочит от земли.