



«Заочный физико-математический  
лицей «Авангард»

**Дорогой друг!**

В прошлом году Вы приняли участие в **XXVII Межрегиональной заочной физико-математической олимпиаде школьников**, которую проводил Заочный физико-математический лицей «Авангард».

Надеемся, что сейчас Вы тоже станете участником нашей **XXVIII Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады**.

Если у Вас есть друзья, братья или сестры, которые тоже интересуются физикой или математикой, Вы можете пригласить их к участию в нашей олимпиаде.

Олимпиада **по математике** проводится для учащихся 4–10 классов.

Олимпиада **по физике** проводится для учащихся 7–10 классов.

Цель проведения заочной Олимпиады – повышение интереса учащихся к изучению физики и математики.

Все участники Олимпиады получают приглашение учиться в Заочном физико-математическом лицее «Авангард».

Списки победителей олимпиады будут опубликованы на сайте ЗФМЛ «Авангард» **avangard-lyceum.ru**.

Сроки проведения олимпиады: 15 ноября – 31 декабря 2021 г.

Крайний срок отсылки решений – **31 декабря 2021 г.**

Для участия в олимпиаде каждому участнику необходимо внести **организационный взнос**.

**Оргвзнос составляет:**

- 1) за участие в физической олимпиаде – 220 рублей;**
- 2) за участие в математической олимпиаде – 220 рублей;**
- 3) за участие в двух олимпиадах: по физике и математике – 310 рублей.**

Оплату можно произвести через сайт Лицея **avangard-lyceum.ru**.

Задания XXVIII Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады и инструкция о порядке проведения олимпиады приведены ниже.

Председатель Оргкомитета олимпиады

Е.Н.Филатов

## **Инструкция о порядке проведения XXVIII Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады**

**Участвовать можно как в любой из указанных олимпиад, так и сразу в двух по желанию учащихся.**

Оформленные решения и номер заявки по оплате оргвзноса отсылают не позднее 31 декабря 2021 г. по электронной почте ОРГКОМИТЕТА [avangard-school@mail.ru](mailto:avangard-school@mail.ru) или по почте России.

*Участники **физической олимпиады** пишут адрес:*

7-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-7;**

8-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-8;**

9-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-9;**

10-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-10.**

*Участники **математической олимпиады** пишут адрес:*

4-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-4;**

5-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-5;**

6-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-6;**

7-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-7;**

8-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-8;**

9-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-9;**

10-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **М-10.**

**Если учащийся принимает участие сразу в двух олимпиадах (по физике и математике), решения можно выслать в одном конверте.**

В этом случае адрес на конверте следует записать так:

7-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-7, М-7;**

8-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-8, М-8;**

9-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-9, М-9;**

10-й класс: 115446, Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, **Ф-10, М-10.**

**Решение можно выслать по e-mail: [avangard-school@mail.ru](mailto:avangard-school@mail.ru) .**

### ***Требования к олимпиадным работам***

*1. Участником олимпиады считается школьник, приславший решение хотя бы одной задачи и оформивший свою работу*

надлежащим образом. К рассмотрению принимаются только индивидуально присланные работы.

2. При отправке **по почте** решения аккуратно оформляются на двойных тетрадных листах с отрезанными полями (около 2 см), сшитых книжечкой и пронумерованных.

3. На первом листе (**печатными буквами!!!**) указывается: Ф.И. учащегося, индекс и домашний адрес, электронный адрес (по желанию), номер и адрес школы, класс, Ф.И.О. учителя математики или физики. Решение каждой задачи начинается с новой страницы. Последовательность оформления задач и их нумерация в работе должна соответствовать их нумерации в задании.

4. **К решениям необходимо приложить два почтовых конверта с маркой А.** На каждом конверте должен быть написан почтовый домашний адрес учащегося и обратный адрес – адрес оргкомитета. В первом конверте участнику будет выслано сообщение о регистрации работы, во втором – результаты и награды.

5. В конверт нужно вложить номер заявки об оплате.

6. Решения в электронной форме должны быть набраны в текстовом редакторе Word кеглем 14. Порядок оформления такой же как в п.3.

Все участники олимпиады получат сертификат об участии в олимпиаде и информацию о Заочном физико-математическом лицее "Авангард". Победителям и призерам будут высланы дипломы, а решившим более половины задач – похвальные грамоты.

Крайний срок отсылки решений – **31 декабря 2021 г.**

Решения задач будут опубликованы на сайте [avangard-luseum.ru](http://avangard-luseum.ru) **не позднее 31 декабря 2021 года.**

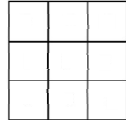
Оргкомитет не принимает претензий со стороны участников олимпиады, неправильно или нечетко указавших свои фамилии и имена, домашние адреса, а также не выполнивших пункты 4-5 требований к олимпиадным работам.

## УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ЗАОЧНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

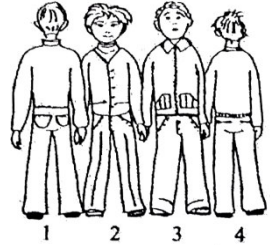
### 4 класс

1. Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть каждых суток танцевала, шестую часть – пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме?

2. Квадрат состоит из 9 равных квадратов (см. рисунок). Сколько всего квадратов?



3. На картинке мы видим четырёх детей: Колю, Васю, Сеню и Яна. Известно, что мы видим Сеню правее Коли, а Коля дал Васе левую руку. Найдите, как кого зовут, и объясните, почему вы так считаете.



4. Один карандаш, три тетради и четыре ручки стоят вместе 112 руб., а три карандаша и одна тетрадь – 32 руб. Сколько стоит комплект из одного карандаша, одной ручки и одной тетради?

5. Расположите оставшиеся девять чисел в квадрате по указанному образцу так, чтобы в каждом ряду, столбце и по диагоналям в сумме получалось число 90.

■	★17	●	★39=90	8	9
●	■	★7	●=90	28	6
★37	★26	■	■=90	38	16
★18	●	●	★27=90	36	29
06=	06=	06=	06=90	19	

### 5 класс

1. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить вверх орлом?

2. Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.

3. Первый вторник месяца Митя провёл в Смоленске, а первый вторник после первого понедельника — в Вологде. В следующем месяце Митя первый вторник провёл во Пскове, а первый вторник после первого понедельника — во Владимире. Сможете ли вы определить, какого числа и какого месяца Митя был в каждом из городов?

4. Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного—за 17 минут. Маша открыла сначала горячий кран. Через сколько минут она должна открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды налилось в 1,5 раза больше, чем холодной.

5. Леша и Ира живут в доме, на каждом этаже которого 9 квартир (в доме один подъезд). Номер этажа Леша равен номеру квартиры Иры, а сумма номеров их квартир равна 329. Каков номер квартиры Леша?

## 6 класс

1. Гирлянда состоит из 10 последовательно соединенных лампочек. Ровно одна лампочка перегорела, но неизвестно, какая. Для замены перегоревшей имеется только одна запасная исправная лампочка. Чтобы вывинтить лампочку, нужно 10 секунд, чтобы завинтить — тоже 10 секунд (временем на остальные действия можно пренебречь). За какое минимальное время можно найти перегоревшую лампочку.

2. По рядку написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2010. Первое, третье, пятое и т.д. по порядку вычеркивают. Из оставшихся 1000 чисел снова вычеркивают первое, третье, пятое и т.д. Так делают, пока не останется одно число. Что это за число?

3. Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного—за 17 минут. Маша открыла сначала горячий кран. Через сколько минут она должна открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды налилось в 1,5 раза больше, чем холодной?

4. Леша и Ира живут в доме, на каждом этаже которого 9 квартир (в доме один подъезд). Номер этажа Леша равен номеру квар-

тиры Иры, а сумма номеров их квартир равна 329. Каков номер квартиры Леши?

5. На доске написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. За один ход можно увеличить любое число из чисел на 3 или на 5. Какое минимальное число ходов нужно сделать, чтобы все числа стали равными?

## 7 класс

1. Числитель дроби увеличили на 20 %. На сколько процентов надо уменьшить ее знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла вдвое.

2. Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного—за 17 минут. Маша открыла сначала горячий кран. Через сколько минут она должна открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды налилосъ в 1,5 раза больше, чем холодной?

3. На плоскости расположен квадрат, и невидимыми чернилами нанесена точка. Человек в специальных очках видит точку. Если провести прямую, то он говорит, лежит ли точка на прямой, а если не лежит, то говорит, по какую сторону от этой прямой лежит невидимая точка. Какое наименьшее число прямых необходимо провести, чтобы узнать, лежит ли невидимая точка внутри квадрата?

4. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске черного и белого королей так, чтобы они не били друг друга (не стояли на соседних клетках)? (Расстановки, при которых черный и белый короли меняются местами, считаются разными).

5. Найдите последнюю цифру числа  $2017^{4207}$ .

## 8 класс

1. Известно, что число  $a + \frac{1}{a}$  — целое. Докажите, что число  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  — тоже целое.

2. Какое максимальное количество 12 %-ного раствора кислоты можно получить, имея по 1 литру 5 %-ного, 10 %-ного и 15 %-ного раствора.

3. В треугольнике две высоты не меньше сторон, на которые они опущены. Найдите углы треугольника.

$$4. 2\sqrt{1+x}\sqrt{1+(x+1)}\sqrt{1+(x+2)}\sqrt{1+(x+3)}(x+5) = x.$$

5. Двое бросают монету: один бросил ее 10 раз, другой – 11 раз. Чему равна вероятность того, что у второго монета упала орлом большее число раз, чем у первого?

## 9 класс

1. Дан треугольник  $ABC$ , длины его сторон  $a$ ,  $b$  и  $c$ ; высоты  $h_a$ ,  $h_b$  и  $h_c$ . Поставьте верный знак в неравенство:  $a + b + c * h_a + h_b + h_c$ .

2. Решите уравнение  $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$ .

3. Петя вскапывает грядку один на  $a$  минут дольше, чем он делает это вместе с Васей. Вася вскапывает ту же грядку на  $b$  минут дольше, чем он это сделал бы вместе с Петей. За сколько минут вскапывают ту же грядку Вася и Петя вместе?

4. Найдите наибольшее натуральное число, из которого вычеркиванием цифр нельзя получить число, делящееся на 11.

Признак делимости на 11: *На 11 делятся только те числа, у которых разность между суммой цифр, занимающих нечётные места, и суммой цифр, занимающих чётные места, делится на 11 (или равна нулю).*

5. Какое максимальное количество ладей можно расставить в кубе  $8 \times 8 \times 8$ , чтобы они не били друг друга.

## 10 класс

1. В треугольнике две высоты не меньше сторон, на которые они опущены. Найдите углы треугольника.

2. Решите уравнение  $\sin^2 \frac{x}{3} + \sin^2 \frac{x}{4} + \sin^2 \frac{x}{6} = 0$ .

3. Петя вскапывает грядку один на  $a$  минут дольше, чем он делает это вместе с Васей. Вася вскапывает ту же грядку на  $b$  минут

дольше, чем он это сделал бы вместе с Петей. За сколько минут вскапывают ту же грядку Вася и Петя вместе?

4. Решить уравнение в целых числах:

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 + 5x + 8y = 7.$$

5. На какое максимальное число частей может разбить плоскость 2010 прямых?

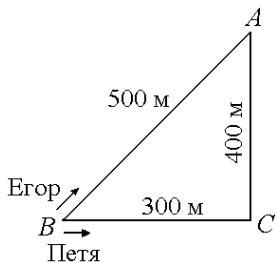
## УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ЗАОЧНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

### 7 класс

7.1. Автомобиль все время ехал по прямой. Несколько часов он двигался с постоянной скоростью 40 км/ч, затем 1 ч простоял в пробке, после чего еще 2 ч продолжал движение со скоростью 60 км/ч и прибыл в пункт назначения. Найти среднюю скорость автомобиля за все время путешествия. Найти среднюю скорость за последние 2,5 ч движения.

7.2. Статуэтка победителя олимпиады по физике отлита из золота и алюминия – голова сделана из золота (плотность  $19,3 \text{ г/см}^3$ ), ее объем составляет  $\frac{2}{3}$  общего объема статуэтки, остальное – из алюминия (плотность  $2,7 \text{ г/см}^3$ ). Утонет ли статуэтка в озере из жидкой ртути (плотность  $13,6 \text{ г/см}^2$ )?

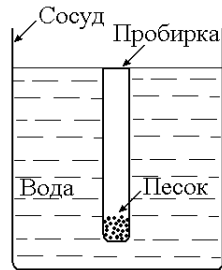
7.3. Два друга — Егор и Петя — устроили гонки на велосипедах вокруг квартала в дачном посёлке (см. рисунок). Стартовав одновременно из точки  $B$  в разные стороны (Егор — вдоль улицы  $BA$ , Петя — вдоль улиц  $BC$  и  $CA$ ), друзья встретились через 4 минуты в точке  $A$  и продолжили гонки с постоянными по модулю скоростями, объезжая квартал раз за разом в противоположных направлениях. Через какое минимальное время после этой встречи они снова окажутся вместе в точке  $A$ ?



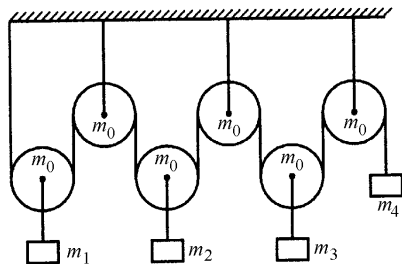
7.4. У школьника Андрея есть стеклянная пробирка массой  $M = 80 \text{ г}$  и вместительностью  $V = 60 \text{ мл}$ . Он опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробир-



ки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду по горлышко (см. рисунок). Затем Андрей измерил массу песка, находившегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной  $m = 12$  г. Внутренний радиус сосуда, в который опущена пробирка, равен  $R = 5$  см. Плотность воды равна  $\rho_a = 1$  г/см<sup>3</sup>. Определите по этим данным плотность стекла пробирки и вычислите, на сколько поднялся уровень воды в сосуде в результате погружения пробирки в воду.



**7.5.** В системе, изображённой на рисунке, масса самого правого груза равна  $m_4 = 1$  кг, а массы всех блоков одинаковы и равны  $m_0 = 300$  г. Система уравновешена и неподвижна. Найдите массы грузов  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . Массой троса и трением в блоках пренебречь.



## 8 класс

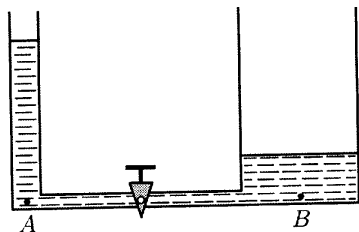
**8.1.** Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрашеного краской, и она оказалась равной  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>. Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по массе, плотность одной из которых в два раза больше плотности другой. Найдите плотности обеих частей бруска. Массой краски можно пренебречь.

**8.2.** Автомобиль едет все время по прямой, его скорость за первый час была 40 км/ч. В течение второго часа он «прибавил» и ехал равномерно, и средняя скорость за первые два часа составила 60 км/ч. Потом он снова прибавил скорости, и средняя скорость за первые три часа оказалась 70 км/ч. Найти среднюю скорость движения на первой и второй половинах пути.

**8.3.** По прямой реке с постоянной скоростью  $u = 5$  м/с плывёт баржа длиной  $L = 100$  м. На корме баржи стоит матрос. Он начинает ходить по барже от кормы к носу и обратно. Вперёд он идет с постоянной относительно баржи скоростью  $v_1 = 1$  м/с, а назад с по-

стоянной относительно баржи скоростью  $v_2 = 2$  м/с. Какой ПУТЬ пройдёт матрос относительно берега реки, если пройдёт по барже туда и обратно  $n = 10$  раз.

**8.4.** В сосуды, соединённые трубкой с краном, налита вода (см. рисунок). Гидростатическое давление в точках  $A$  и  $B$  равно  $p_A =$

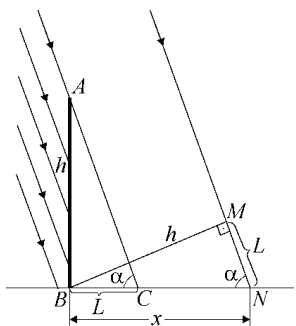


$= 4$  кПа и  $p_B = 1$  кПа соответственно, площади поперечного сечения левого и правого сосудов составляют  $S_A = 3$  дм<sup>2</sup> и  $S_B = 6$  дм<sup>2</sup> соответственно. Какое гидростатическое давление установится в точках  $A$  и  $B$ , если открыть кран?

**8.5.** Палка, стоящая вертикально на горизонтальной площадке, освещаемой солнечным светом, имеет высоту  $h = 1,2$  м и отбрасывает тень длиной  $L = 0,9$  м. Палку начинают медленно наклонять в направлении отбрасываемой ею тени так, что её нижний конец не сдвигается с места. Длина тени при этом до определённого момента увеличивается, а потом начинает уменьшаться. Чему была равна максимальная длина тени от палки?

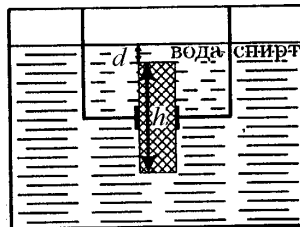
## 9 класс

**9.1.** Два экскурсионных автобуса со школьниками должны были отправиться из Москвы в Санкт-Петербург, но один из автобусов задержался с отправлением. Когда задержавшийся автобус выехал, первый автобус находился на расстоянии  $s = 20$  км от места отправления. За время, за которое задержавшийся автобус проехал

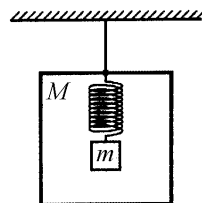


$s = 20$  км, первый автобус проехал  $s_1 = 16$  км. На прохождение расстояния  $\Delta s = 1$  км второй автобус затрачивает на  $\Delta t = 12$  с меньше, чем первый. На каком расстоянии  $L$  от места отправления второй автобус догонит первый? Чему равны скорости автобусов  $v_1$  и  $v_2$ ? Считайте, что пробок на дороге нет, и скорости автобусов не меняются.

**9.2.** Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие с втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра  $h = 21$  см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом – спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине  $d$  под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность спирта  $\rho_c = 790$  кг/м<sup>3</sup>, плотность цилиндра  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>.

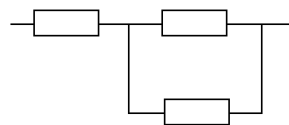


**9.3.** Коробка массой  $M$  подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой  $m$ . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



**9.4.** С поверхности земли вертикально вверх бросают камень. Упав на землю, он «втыкается» в нее и мгновенно останавливается. Какой может быть начальная скорость этого камня, чтобы за четвертую секунду после броска его смещение было равно нулю? Ускорение свободного падения принять  $10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.5.** Резисторы  $200$  Ом и  $500$  Ом соединены параллельно, последовательно с этой цепочкой включили резистор  $100$  Ом. К выводам получившейся последовательно-параллельной схемы несколько раз подключали разные батарейки. Полный заряд, протекший через резистор  $500$  Ом оказался равным  $0,5$  Кл. Полное количество тепла, выделившееся в резисторе  $200$  Ом, равно  $10$  Дж. Какой полный заряд протек через резистор  $100$  Ом? Сколько тепла выделилось в резисторе  $100$  Ом?



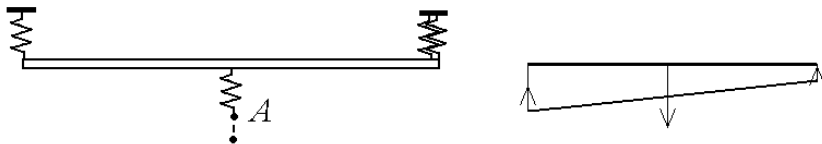
## 10 класс

**10.1.** На плоской поверхности нарисован квадрат, длина стороны квадрата  $10$  м. Вдоль сторон этого квадрата должен пробежать

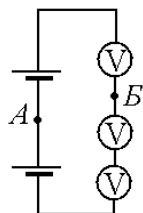
маленький жучок – его мгновенное ускорение не должно превышать ни в какой момент величины  $1 \text{ см/с}^2$ . За какое минимальное время он сможет это сделать?

**10.2.** Если сбросить массивное тело с большой высоты, то из-за сопротивления воздуха оно большую часть пути будет двигаться с постоянной, установившейся скоростью. Для пластмассового бильярдного шара эта скорость составляет  $100 \text{ м/с}$ . Если его сделать из материала с вдвое большей плотностью, то при тех же размерах его скорость увеличится до  $140 \text{ м/с}$ . Если взять шар из того же материала, что и бильярдный шар, но вдвое большего диаметра, то скорость установившегося движения также составит  $140 \text{ м/с}$ . Какой станет эта скорость для шара из того же материала, но в 10 раз меньшего диаметра?

**10.3.** На гладком горизонтальном столе лежит очень жесткий тонкий стержень длиной  $1 \text{ м}$  (см. рисунок). Четыре одинаковые пружинки прикреплены к стержню: одна к левому краю, две – к правому и одна – к середине. В начальный момент все пружинки перпендикулярны стержню и натянуты, но силы натяжения очень малы. Удлиним «серединную» пружинку, сдвинув точку  $A$  (конец этой пружинки) вдоль направления пружинки на  $1 \text{ см}$ . Найти натяжения каждой из пружинок в растянутом состоянии. Жесткость пружинки  $110 \text{ Н/см}$ .



**10.4.** Моль гелия (одноатомный газ) вначале изотермически расширяется, при этом он получает в виде тепла  $1620 \text{ Дж}$ , затем его охлаждают при неизменном объеме, отняв у него  $1000 \text{ Дж}$  в виде тепла. После этого газ адиабатически сжимают до начального состояния. Найти термодинамический КПД этого цикла.



**10.5.** В схеме на рисунке батарейки одинаковые, их напряжения – по  $3 \text{ В}$ . Вольтметры взяты тоже одинаковые, сопротивление каждого вольтметра  $1 \text{ кОм}$ . Какой резистор нужно включить между точками  $A$  и  $B$ , чтобы ток через этот резистор составлял ровно  $1 \text{ мА}$ ? Какими при этом будут показания вольтметров?